

Dal Volume:

Matematica
di F. Arzarello e O. Robutti
ed. La Scuola

I nostri studi riguardano allievi delle superiori che lavorano con Cabri ed esplorano situazioni problematiche aperte: vale a dire si dà come consegna una situazione da esplorare, si chiede di formulare congetture che appaiano plausibili rispetto alla situazione proposta e di dimostrarle. Un esempio di situazione aperta è il problema in Appendice al cap.1. Gli allievi di IV scientifico, esperti nell'uso di Cabri I, lavorano in gruppi di due o tre con un unico computer (e un solo mouse). Il nostro gruppo ha l'abitudine di filmarli mentre lavorano e quindi disponiamo di moltissime ore di video, fatte in classi diverse (dal primo al quarto anno delle superiori) e con allievi di capacità diverse (sia rispetto alle competenze matematiche che alle capacità relative a Cabri). Pertanto le nostre considerazioni sono basate su osservazioni di casi singoli, ma presentano una certa stabilità rispetto alla varietà delle classi e degli allievi.

Commenteremo in forma sintetica il protocollo allegato nell'Appendice alla fine del capitolo, che illustra emblematicamente quanto 'embodied' sia la costruzione del sapere teorico in matematica (il simbolo # i indicherà in quanto segue il passo i -esimo del protocollo, secondo la numerazione nel protocollo). In Appendice si danno anche alcune informazioni sugli allievi: il lettore è pregato di leggere il testo del problema aperto all'inizio dell'Appendice e di seguire via via il protocollo.

Indicheremo con H la figura dinamica (cioè in Cabri) ABCD e con T la figura dinamica A'B'C'D'; nel corso del protocollo il modo con cui gli allievi guardano la figura cambia: a volte vedono T come dipendente da H

(scriviamo allora $H \Rightarrow T$); altre volte gli studenti vanno alla ricerca di ipotesi supplementari su H in modo che T soddisfi particolari condizioni (scriveremo allora $T \Leftarrow H$). Le due diverse direzioni secondo le quali gli studenti considerano le dipendenze tra le due figure sono profondamente intrecciate con i loro tempi interni. Ad es.: con l'ordine secondo il quale considerano quanto avviene, dal passato al futuro o viceversa; con i loro ritmi temporali interni, i quali scandiscono un alternarsi di modi con cui i soggetti si rapportano alle figure (alternativamente in modo ascendente, cioè dalla figura al soggetto, o discendente, dal soggetto alla figura); con la dialettica che il soggetto stabilisce tra le modalità di 'dragging' e le figure, in una dinamica esterno-interno che accompagna e supporta la produzione di congetture, verifiche e dimostrazioni. I ritmi così scanditi, l'ordine con cui il soggetto ricostruisce quanto è avvenuto allo schermo, le dipendenze temporali, causali e condizionali trovano qui una connessione fondamentale: in particolare i diversi ordini che il soggetto costruisce tra i fatti esperiti cambiano più o meno profondamente nella transizione dalla fase esplorativa a quella di congettura a quella dimostrativa, con profondi cambiamenti nella struttura del discorso che accompagna queste fasi (ad es., tipicamente nella transizione alla fase dimostrativa, la struttura complessa che accompagna la prima fase si semplifica e linearizza: si cfr. l'enunciato # 127 con l'enunciato #131).

Il punto di partenza della dinamica cognitiva è il #37 , dove M esplicita l'euristica da usare, che viene sviluppata successivamente (fino al #48): è questa la genesi del primo $H \Rightarrow T$ che dura fino al #60. In #50 il punto degenerato è un puro fatto percettivo, che viene successivamente indicato e trattato tramite la metafora del punto degenerato (metafora concettuale, #58). L'episodio segna l'inizio di una sistematica esplorazione di varie figure (modalità discendente e attenzione esplorativa rivolta verso il futuro). Durante l'esplorazione

(#52) la teoria compare dal passato: insieme con l'oggetto quale è percepito essa permette agli allievi di produrre la frase #53, che è enunciata nel tempo presente, che è in realtà la modalità detemporalizzata secondo cui sono formulati gli enunciati scientifici (matematici in particolare). Nei passi #58-60 inizia la genesi dell'oggetto matematico astratto (vale a dire del circocentro): il punto di intersezione degli assi dei lati (quando esiste) è manipolato col 'dragging' e il suo significato risulta espresso tramite enunciati condizionali: in altre parole, i fatti percettivi e la funzione generalizzatrice interagiscono per generare il senso matematico di quanto è stato percepito (#60). Ciò causa un'inversione nel modo in cui gli oggetti sono considerati ($T \Leftarrow H$), che culmina nel #644. Vi sono anche differenti ritmi (#61-67) negli studenti: E esplora con Cabri ricercando qualche regolarità (#62, 64: è il cosiddetto wandering 'dragging', spiegato in Arzarello et al., 1998); V vuole invece pensare secondo i suoi ritmi personali, che differiscono da quelli di E (#65): infatti V non comprende la spiegazione di E (#60), che segue i suoi propri ritmi; M tenta di sincronizzare i due (#66). Nel #68 E disegna un parallelogramma, che segna una nuova inversione ($H \Rightarrow T$, modalità discendente). La tensione tra l'aspetto teorico e percettivo è sempre alta (#72): nel #73 la struttura linguistica complessa dell'enunciato, che cerca di esprimere sia i frammenti della percezione che della teoria in un ordine non lineare ⁽¹⁾, permette a V di sincronizzare il proprio ritmo con quello di E e parimenti di comunicare con M (#74). Detto altrimenti, la multivarietà e la non-linearità del linguaggio permette agli studenti di comunicare tra di loro e di condividere elementi di conoscenza teorica. ⁽²⁾. Il passaggio è

¹ Chiamo multivariato tale linguaggio, in quanto ha una struttura sintattica non lineare che cerca di esprimere simultaneamente una pluralità di fatti, percettivi, motori e cognitivi; esso presenta una qualche analogia coi linguaggi non lineari studiati in Simone, 2000.

² In questo senso il linguaggio multivariato in #74 rappresenta

cruciale, in quanto segna la transizione a una fase dimostrativa vera e propria: in #75 E trasforma l'enunciato di v in un enunciato lineare, strutturato cioè secondo una sintassi più canonica, in #76 V fa l'eco alla voce di E. In #77 c'è una nuova inversione ($T \Leftarrow H$, modalità ascendente): il ritmo di E, prima molto veloce, è ora cambiato ed è condiviso finalmente da tutti e tre gli studenti. Ciò è permesso dai ritmi lenti dei gesti di E e dalla nuova modalità di 'dragging' (è il cosiddetto *lieu-muet 'dragging'* (spiegato in Arzarello et al., 1998), in quanto E cerca di tenere i quattro punti A', B', C', D' coincidenti muovendo opportunamente il punto B, che in tal modo descrive un luogo geometrico di natura ancora sconosciuta): E ed i suoi compagni possono controllare l'esplorazione che avviene allo schermo, che quindi ora parte da un oggetto più strutturato di prima (il punto degenerato, prima solo percepito, poi nominato mediante metafora ora è esplorato con il lieu-muet 'dragging' e si sta via via trasformando in un oggetto geometrico: alla fine si tratterà infatti del circocentro del cerchio descritto da B durante il trascinarsi per lieu-muet). In tal senso l'azione col mouse e il 'dragging' conseguente, con le sue tipologie complesse, incorporano la funzione generalizzatrice che in altri contesti avviene tramite altri mediatori.

Nei passi #78-84 avviene una esplorazione sistematica di quadrilateri particolari (il che è di nuovo tipico). I casi del quadrato e del rettangolo sono oggetto di un esperimento mentale: E fa un'esplorazione mentale dinamica: tale esplorazione produce una deduzione nella forma di esempi virtuali impossibili. Nei passi #82-91 l'esplorazione continua: vi sono molte inversioni di modalità ($T \Leftarrow H / H \Rightarrow T$). Il #92 è interessante: E fa un'esplorazione mentale supportata dai gesti delle sue

l'esteriorizzazione del linguaggio interiore di cui parla Vygotsky, 1992: i suoi esempi in *Pensiero e Linguaggio* sono però prevalentemente di carattere letterario. In questo caso l'esempio riguarda specificamente la matematica.

mani, che è trasformata in un enunciato lineare nel #94. Dopo il nuovo 'esempio impossibile' del #95 (con modalità ascendente), la degenerazione è colta a un nuovo livello, di natura teorica: ciò è riscontrabile nelle trasformazioni sintattico-linguistiche riscontrabili nei passi #96, #100-103. Le trasformazioni linguistiche e gli effetti del 'dragging' suggeriscono agli studenti la teoria sui punti notevoli dei triangoli, in quanto essa è collegata alle circonferenze inscritte e circoscritte ai triangoli. Tale teoria è evocata da E e il tempo è ora rivolto al passato (#104). nei passi #104-126 gli studenti danno voce alla teoria e la discutono; il punto risolutivo è il #126, in cui si ha la genesi della figura corretta. In #127 E fornisce *la* spiegazione in un enunciato multivariato, in cui peraltro la componente teorica evocata in interventi precedenti (#104-125) è sottolineata dal tempo presente (cioè dalla natura de-temporalizzata dell'enunciato). e' interessante osservare che in tale tempo convivono sia parole che deissi, ma senza un riferimento alla figura che in quel momento compare allo schermo: in effetti il ragionamento è accompagnato da uno schizzo fatto allo schermo con le mani, che si riferisce a un oggetto geometrico generale. Per la componente narrativa incorporata nello schizzo, il pensiero può infatti andare al di là degli aspetti percettivi concreti e esprimersi a un livello teorico: così l'enunciato multivariato #127 può essere trasformato nell'enunciato quasi lineare #127.

Qui inizia una doppia trasformazione:

(i) potatura, ovvero eliminazione dal discorso esplicito di molti fatti percettivi, che vengono implicitamente dati per condivisi. in tal modo rimane una struttura più essenziale che permette la

(ii) linearizzazione dell'enunciato multivariato: si ottiene incorporando in forma canonica alcune delle relazioni logiche tra le sue componenti di base (quelle rimaste dopo la potatura);

Tale processo di potatura³ e di linearizzazione del linguaggio multivariato è tipico della transizione alla fase dimostrativa, sia orale che scritta; la Figura 7 riproduce un protocollo di allievi che hanno risolto il problema con le stesse modalità di E, M, V e che poi hanno scritto la dimostrazione della loro congettura: il lettore può controllare personalmente il processo di potatura e di linearizzazione (qui si ottiene un ordine ad Y per così dire).

I commenti al protocollo illustrano quanto *embodied* sia la generazione degli oggetti e dei concetti matematici e quanto forte l'unità cognitiva che accompagna questo processo di genesi dalle prime percezioni alla produzione di enunciati strutturati logicamente. Ciò succede (anche perché) gli studenti hanno interiorizzato le pratiche del 'dragging' attraverso un opportuno apprendistato cognitivo in cui il ruolo del docente è essenziale.

DINELLI Carvini

Esercitazione in laboratorio, 16 - 2 - 2000

8

Sia dato un quadrilatero ABCD. Tracciate gli assi *a* del lato AB, *b* del lato BC, *c* del lato CD, *d* del lato DA. Sia H il punto di incontro degli assi *a* e *b*, K il punto di incontro di *a* e *d*, L il punto di incontro di *c* e *d*, M il punto di incontro di *c* e *b*. Studiare come varia HKLM al variare di ABCD. Dimostrate le congetture prodotte durante l'esplorazione fatta in Cabri.

- 1) Se ABCD è un parallelogramma allora anche HKLM è un parallelogramma di angoli retti
- 2) Se " è un rettangolo allora HKLM è un punto
qui si incontrano in un unico punto
- 3) Se " è un rombo allora anche HKLM è un rombo
qui si incontrano in un unico punto
- 4) Se " è un trapezio " " " è un trapezio
ma gli angoli isosceli si incontrano in un unico punto

$$\hat{K} = \hat{KHM} \quad \hat{L} = \hat{LKH} \quad \hat{M} = \hat{MHK} \quad \hat{H} = \hat{HKL}$$

$$\hat{LKH} + \hat{KHM} = 180^\circ$$

$$BA:HK = AD:HM = BC:KL = CD:LM$$

$$\hat{BAD} = \hat{KHM} = 90^\circ$$

$$\hat{ABB} = \hat{HKN} \text{ perché } \hat{BKN} = 90^\circ \quad \hat{B} = 90^\circ$$

EC/ET

↓

$$\hat{CEB} = \hat{KHN} \text{ perché } \hat{KHN} = 90^\circ$$

↙ ↘

$$\hat{HKM} = \hat{AEB}$$

$$\hat{MKL} = \hat{CEB} \text{ perché } \hat{B} \text{ e } \hat{K} = 90^\circ \text{ formati da angoli uguali}$$

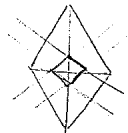


Figura 7

Il protocollo e i commenti illustrano i punti salienti della genesi (Fig. 8), che possono così essere sintetizzati:
la genesi degli enunciati condizionali attraverso la de-temporalizzazione (dal *quando* al *se*);
la genesi degli enunciati matematici attraverso la potatura e la linearizzazione;
la genesi dei concetti astratti (e delle loro rappresentazioni) attraverso la funzione generalizzatrice delle metafore, deissi, narrativi e il possibile supporto mediatore che in tale genesi possono giocare gli artefatti-strumenti.

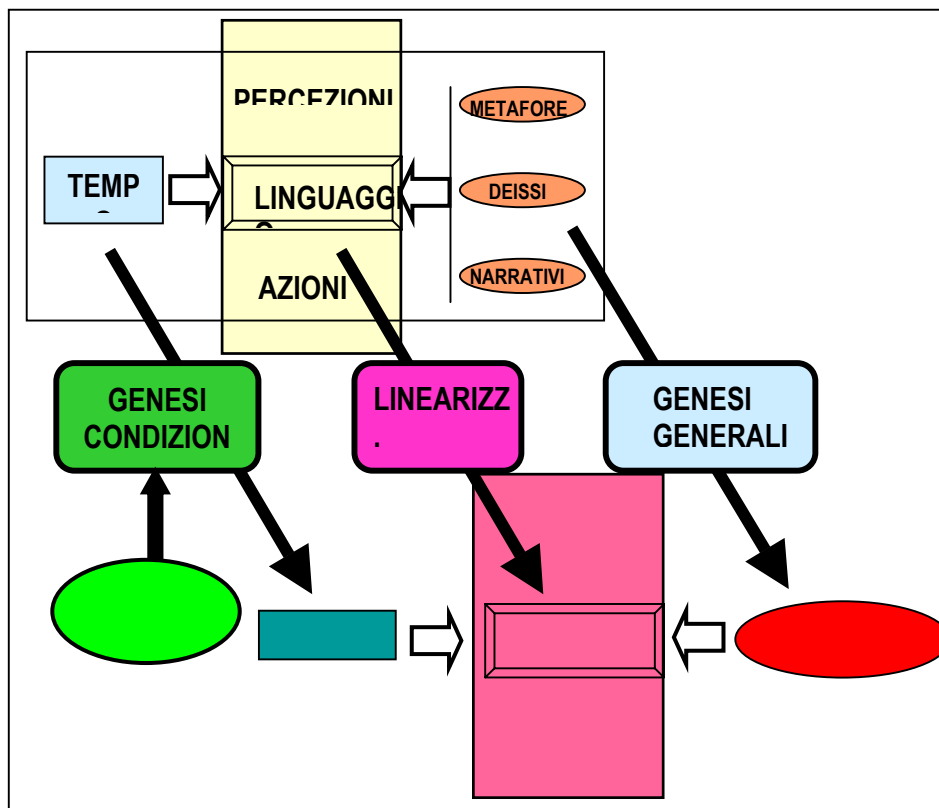


Figura 8

Tutto questo ha un carattere generale. Il nostro esempio illustra tale generazione in un ambiente specifico con un preciso artefatto-strumento (Cabri 1). I tempi interni degli studenti si sono rivelati cruciali in tale generazione, come pure essenziale è stata la mediazione dello strumento, in particolare il ruolo del dragging. Le figure geometriche si sono rivelate come un *pivot cognitivo*: le ipotesi in esse incorporate sono state trasformate in altre attraverso una complessa dinamica degli studenti, scandita dal mutare dei loro ritmi, dalle loro azioni ed interazioni. Paradigmatico il caso del punto degenerato: all'inizio (#50) è un fatto percettivo-visivo; poi una metafora concettuale che descrive il risultato di un processo dinamico (#58), il cui perché resta ancora da spiegare (#65); il primo frammento di spiegazione teorica è ottenuto (#72) inquadrando l'esperienza percettiva in un narrativo che comprende percezioni differenti (#66 e ss.). Alla fine (#96) la parola degenerato illustra il risultato di

una ricca esplorazione attraverso una serie di casi particolari che sono stati studiati (il rettangolo, il quadrato, il parallelogramma, il trapezio,...): tutto è pronto per la trasformazione finale, cioè per trasformare il punto degenerato nel circocentro (#102, #127), la cui genesi inizia col dragging descritto in #100 con la metafora di 'tenere il punto dentro'.

APPENDICE

PROBLEMA. E' dato un quadrilatero ABCD. Costruisci gli assi dei suoi lati: a di AB, b di BC, c di CD, d di DA. A' è l'intersezione di a con b, B' di b con c, C' di c con d, D' di a con d. Studia come varia A'B'C'D' in relazione ad ABCD. Dimostra le tue congetture.

[Il protocollo che segue è di studenti di IV Scientifico, che conoscono bene Cabri I (usato negli anni precedenti). Sono abituati ad esplorare situazioni aperte in cui si chiede loro di formulare congetture e di provarle. Si trascrive un protocollo di tre allievi, E, M, V da un video che dura un'ora e mezzo: si riporta solo la prima parte (circa 20'), dove la genesi degli oggetti matematici è piuttosto evidente. I tre studenti lavorano con un unico computer e un solo mouse; hanno a disposizione anche carta e matita. Si omettono anche i primi 4 minuti del video, in cui gli studenti leggono il problema, costruiscono le figure con Cabri, danno i nomi agli oggetti ecc. La trascrizione inizia quando i tre hanno costruito la Figura 9]

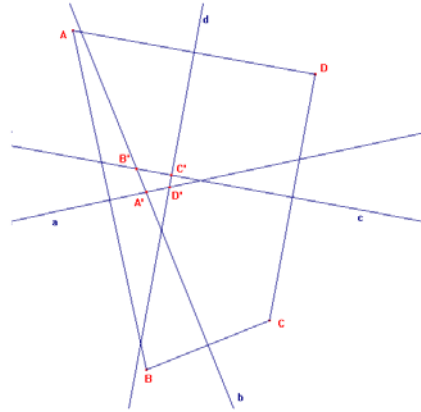


Figura 9

36. E: ora?

37 M: ora bisogna vedere come varia al variare del quadrilatero esterno...

41 V: mi sa che non... prova a muovere... la figura... (E muove a caso il punto D) ... perché ...muovi qua un attimo (V indica il punto B ed E lo trascina a caso col mouse) ... mi sembrava che avessi messo il... sai la funzione del segmento, che la puoi creare senza fare i punti... sembrava che non avessi beccato questo qua (A'), capito? Cioè che l'avessi messo vicino, facendo veloce, capito?

....

48 V: sì, sì... però se già lo fai colorato così... ti viene un puntino colorato

(E colora il quadrilatero A'B'C'D' e trascina il punto D)

49 E: proviamo magari... proviamo a vedere i quadrilateri regolari fuori...

50 M: non so, magari cominciamo a fare il quadrato, così vediamo...

(E trascina i punti B, C e D fino a formare un rettangolo)

51 V: proprietà degli assi?

52 E: l'asse, com'era?

53 M: allora...l'asse passa per il punto medio del...

54 E: è perpendicolare!...

55 M: ok

56 E: beh, nel quadrato, nel...

(E dà le misure ai lati del quadrilatero ABCD, poi trascina a caso prima il punto C, poi il punto B)

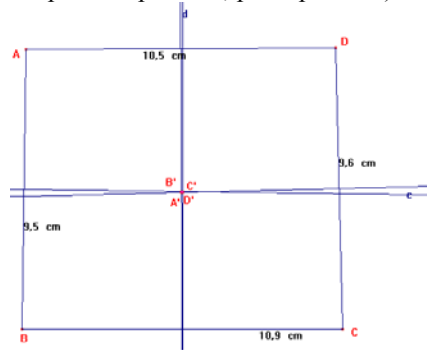


Figura 10

57 E: no, stavo pensando...che... pensavo!

(E dopo aver trascinato ferma la figura; Figura 10)

58 E: no, cioè... degenera in un punto... è logico, no?... se sono parallele... cioè se i lati sono perpendicolari...(trascina B)...

59 M: cioè stiamo cercando...

60 E: io dico se i lati opposti sono paralleli (trascina B), quelli lì sono perpendicolari. E fin qua...! No?... e se sono uguali il punto medio sta sulla stessa retta

(E trascina C fino a far diventare ABCD un rettangolo).

61 M: ok... quindi?

(E trascina ancora A, poi D in maniera casuale, infine riporta la figura com'era prima)

62 E: ditemi qualcosa!

(E trascina B, D, C, poi D e A)

63 V: cosa stai facendo? Muovendolo a caso?

64 E: no, stavo guardando se riusciva a fare una figura...

65 V: ascoltami no, proviamo a pensare... un attimino...visto che abbiamo fatto prima... per finire il discorso, quando degenera in un punto il quadrilatero, che...ho capito male io o non l'abbiamo spiegato...?

66 M: allora, in pratica lei ha detto: dato che le proprietà dell'asse

sono la perpendicolarità e la distanza da un punto... se... i vari segmenti sono paralleli, allora dato che sono perpendicolari,.... Inoltre se due di... come ad esempio in un quadrato, il punto medio deve per forza stare su una stessa retta

67 V: ... sì

(Nel frattempo E ha trascinato vari punti di ABCD fino ad ottenere un parallelogramma)

68 E: sto facendo un parallelogramma... i lati sono paralleli, no?, nel parallelogramma. Quindi sono paralleli anche gli assi, no? Sono paralleli a 2 a 2

69 V+M: sì

70 E: quindi sono paralleli anche i segmenti di A'B'C'D'...

71 V: cioè mantiene... no, niente

(E trascina i punti B, C, D fino ad ottenere un rettangolo)

72 E: quindi il quadrato l'abbiamo dimostrato... degenerare...

73 V: quindi se... quando... e beh, sì, quello è naturale, perché quando ci sono 2... i 2 lati di quello esterno... i 2 lati paralleli a 2 a 2, è naturale... cioè dovrebbe essere sempre che gli assi sono...

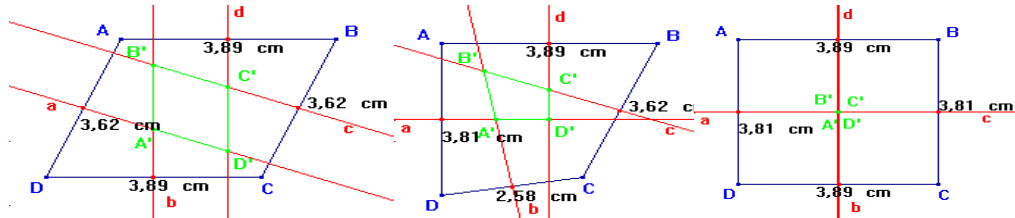


Figura 11

74 M: eh sì

75 E: perché sono parallele... sono perpendicolari a due rette parallele

76 V: ... sono parallele...

77 E: proviamo a spostare il punto per vedere piano piano che cosa cambia (E trascina leggermente il punto C). Allora adesso non sono più paralleli, quindi... queste 2 (indicando d e b) non sono più parallele... vabbè, è logico... e queste 2 (a e c) invece no... Questo è quello che abbiamo detto fino ad ora...

(E trascina lentamente il punto C lungo la retta che passa per BC allontanandolo da B e riportandolo nella precedente posizione; poi

lungo la retta CD)

78 E: niente, non c'è un modo per fare... il... che siano parallele...
un quadrato... tipo: che dentro sia un quadrato; dovrebbero essere
i lati paralleli a 2 a 2 e... uno lungo più dell'altro però! No?...
però non può mai essere, perché se no... allora questi qua (indica
i lati di ABCD) non sono più paralleli

79 M: non può mai essere un quadrato quindi dentro!

80 E: e no!

81 M: neanche un rettangolo!

82 E: può essere solo... o un trapezio... (trascina il punto C cercando
di fare un trapezio)

83 M: ... o un parallelogramma

84 E: in parallelogramma o un trapezio

85 V: sto cercando di capire bene perché...

....

(M prende in mano il mouse e trascina il punto B)

92 E: no, perché dovrebbero essere... le rette così (mima con le mani
2 rette parallele orizzontali); quindi vuol dire che una è più lunga
dell'altra, no?

93 V: e per forza!

94 E: però se una è più lunga dell'altra, le altre 2 non sono più
parallele.... Oppure nel parallelogramma che sono spostate,
perché sono parallele tutte e 4

(M trascina il punto B e lo ferma dove gli assi coincidono in un
punto)

95 V: quindi non può mai essere...

96 E: oddio! Degenera di nuovo in un punto!...

97 E: posso?

(E riprende il mouse e trascina C)

98 E: vediamo a che cosa resta uguale, quando rimane...

99 V+M: quando?

100 E: cioè provo a muovere la roba e... il punto... tenendo il punto
dentro... cioè a muovere il punto, però a lasciare che... quello ...
il quadrilatero degeneri in un punto

101 M: cioè si mantenga dentro...

102 E: ...per trovare una proprietà che... quando degenera in un
punto, capito?

E trascina lentamente il punto B, tentando di mantenere gli assi

coincidenti

- 103 E: segniamo gli angoli... (segna l'angolo D)... scusa eh, ma in un triangolo l'incontro degli assi è...
- 104 V: eh, anche prima ci avevo pensato!
- 105 E: baricentro è le mediane, l'ortocentro è le altezze...
- 106 V: e allora è il circocentro
- 107 E: si chiama così?
- 108 M: prova a...
- 109 E: no, però
- 110 M: metti A sopra D... cioè fallo diventare un triangolo (E trascina D fino a farlo quasi coincidere con A)
- 111 V: e no, perché... vedi?
- 112 E: no, perché uno non ha...
- 113 V: certo... però quello là è il circocentro
- 114 E: però dico: magari c'entra con essere... il circocentro è il centro della...? ... della circonferenza inscritta? (E trascina A)
- 115 V+M: circoscritta!
- 116 E: circoscritta! Magari c'entra anche qua la circonferenza circoscritta
- 117 M: prova a disegnare la circonferenza
- 118 E: e come?
- 119 V: metti un punto sopra l'altro, C su D, così fa un triangolo...
- 120 M: ma no, io dico... anche nel quadrilatero, no?
- 121 V: ah
- 122 M: magari quando un quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza...
- 123 E: no, il baricentro è quello fuori, e il circocentro è quello dentro
- 124 M: circoscritta
- 125 E: sicura?
- 126 M: cioè quando si può mettere una circonferenza dentro?
- 127 E: no, no, ha capito tutto! È il circocentro... è della circonferenza inscritta, perché deve essere equidistante dai lati, no? (indica con le dita sul video). Questo punto (incontro degli assi) è l'asse di questo segmento (AD) quindi è equidistante da qua e da qua (da A e da D)
- 128 V: aspetta, ferma un attimo
- 129 E: allora il punto qua (indica il presunto circocentro) ... se tu

hai...guarda a, che è l'asse, è equidistante dagli estremi...

130 V: certo!

131 E: ...perché l'asse è il luogo di punto equidistanti dagli estremi... quindi è equidistante da questo come da questo (E indica con le dita le distanze del "circocentro" da A e da B). Però da questo (A), questi due sono uguali... (ripete l'affermazione, toccando con le dita sempre un vertice, il centro e l'altro vertice, e passando tutti i vertici) ...quindi alla fine sono tutti uguali ed è il raggio, no?...

132 V+M: sì!

133 E: ...cioè non sono stata molto chiara

134 V: allora prova a fare la circonferenza

135 M: prova a farla!

136 E: eh...come faccio?

137 M: scusa...centro e punto; fai il centro qui (indica l'incontro degli assi)...

138 E: aspetta, no! Basta vedere... gli angoli. Com'è che sono quando... è un quadrilatero inscrittibile in una circonferenza... gli opposti... è 180° ? L'ho chiesto...proff... quando un quadrilatero è inscrittibile in una circonferenza, gli angoli opposti... la somma è 180° ?

139 Insegn: è 180° , sono supplementari!
(E segna gli angoli di ABCD e poi li misura)

140 V: ma perché li segni tutti e 4? Bastavano...

141 E: eh, devi vedere la somma, no?

142 M: questi 2 (indica D e B) per vedere se sono 180°

143 E: ah, sì, è vero, ne bastavano 2

144 M: fai "diversi"... "misure"...

(E misura gli angoli D e B)

145 E: 180° , no?

146 V+M: sì...86, 94...

147 E: aspetta, adesso vediamo: spostiamo e teniamo il punto E trascina il punto C in modo che gli assi continuino a intersecarsi in un solo punto

148 M: così è perpendicolare... 90° e 90°

149 V: e sì, guarda gli angoli!

150 E: poi...82 e 98 sì...101 e 79 sì... sì, insomma.... Beh, comunque la

dimostrazione è che... gli assi sono equidistanti dai vertici... quindi questo punto (indica l'incontro degli assi) è equidistante da questi 2 vertici (A e B), ma anche da questi (A e D), anche da questi (D e C) e anche da questi (C e B) ...no?... quindi alla fine.... Non è simile a uno che avevamo già fatto?

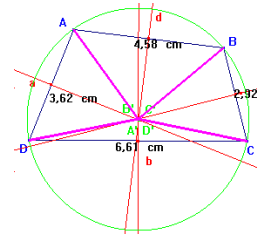


Figura 12

- 151 V: qualcosa del genere l'abbiamo fatto sicuramente!
- 152 E: forse l'avevamo fatto con le mediane!
- 153 V: sì...qualcosa con le mediane, però non ricordo
- 154 M: l'anno scorso l'avevamo fatto
- 155 O: le bisettrici
- 156 V; ah, le bisettrici!...
- 157 E: è vero, che erano equidistanti dai lati e quindi...
- 158 V: ci avevo pensato prima a... questa storia delle... quando hai un triangolo... nei triangoli hai qualcosa che appunto è... è l'incontro degli assi... però poi ho detto: questo qua è un quadrilatero, non un triangolo, allora ho detto: ma... magari non c'entra niente... dico cavolate...