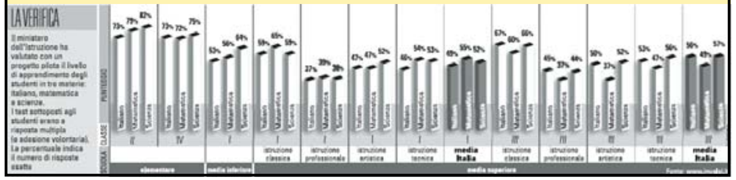
OCSE **PISA** 2003

CORRIERE DELLA SERA.it

13 ottobre 2004

Scuola, i ragazzi non sanno la matematica



OCSE **PISA** 2003

Programme for International Student Assessment

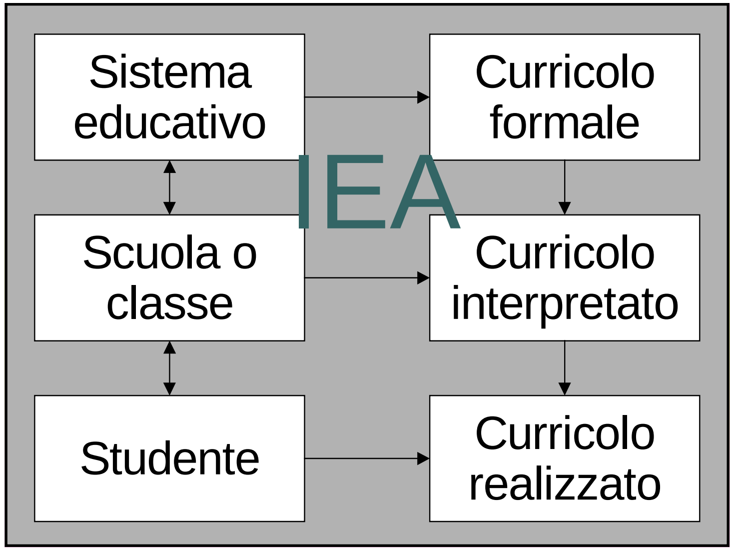
Le comparazioni internazionali

- **PISA 2000 2003**
  Programme for International Student Assessment
- **IEA**
  International Association for the Evaluation of Educational Achievement

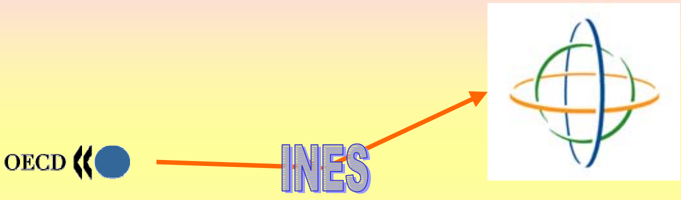
La comparazione come grande esperimento per capire

IEA

Studio Pilota	1960
Matematica I	1964
The six subject Study	1970-71
Scienze I	1970-71
Comprensione lettura	1970-71
Letteratura	1970-71
Inglese L2	1971
Francese L2	1971
Educazione Civica	1971
Matematica II	1980-82
Classroom Environment	1982-83
Scienze II	1983-1986
Composizione scritta	1985
Reading Literacy	1990-91
Preprimary	1987-91, 1992
Computer in educazione	1989, 1992
Lingua L2	1995
Educazione civica	In corso
Scienze e Matematica	In corso
SITES	In corso



Da dove viene Pisa



Dallo studio sugli indicatori del sistema di istruzione alla necessità di rilevare l'output

La finalità di **Ocse Pisa**

Conoscere la qualità e l'intensità del possesso delle competenze più utili per affrontare la transizione verso la vita adulta e le professionalità tipiche delle società economicamente sviluppate.

Obiettivi di Pisa

- mettere a punto indicatori delle prestazioni degli studenti 15enni, comparabili a livello internazionale
- studiare l'insieme dei fattori che influiscono sullo sviluppo di tali prestazioni
- fornire informazioni longitudinali sui risultati dei sistemi d'istruzione nei paesi partecipanti

L'approccio metodologico Ocse

- senza analisi dei curricoli nazionali
- costruzione di indicatore di output del sistema formativo per modelli di tipo socio-economico
- sistematicità longitudinale delle rilevazioni
- maggiore attenzione alla società meno alla scuola

- 41 paesi partecipanti (30 Ocse)
- 15 enni
- lingua madre, matematica, scienze
- ogni 3 anni
- In Italia (2003): 407 scuole, per un totale di 11000 studenti su un totale di 500 000 quindicenni scolarizzati.

I quesiti vengono preparati incrociando tre dimensioni

- **I CONTENUTI** (conoscenze)
- LE SITUAZIONI (contesti)
- I PROCESSI (competenze)

Contenuti
(idee chiave)

- Cambiamento e crescita
- Spazio e forma
- Quantità
- Incertezza

Situazioni
(contesti)

- Situazioni personali
- Situazioni scolastiche o di lavoro
- Situazioni pubbliche
- Situazioni scientifiche

Le s. vengono utilizzate come sorgenti di stimoli materiali in cui i problemi sono posti.

Processi
(competenze)

- Pensare e ragionare
- Argomentare
- Comunicare
- Modellizzare
- Porre e risolvere problemi
- Rappresentare
- Usare linguaggi e operazioni simbolici, formali e tecnici
- Usare aiuti e strumenti

È necessario attivarli per collegare la situazione problematica affrontata con la matematica conosciuta

Processi
Le competenze sono strutturate in aggregati di crescente complessità:

- **Riproduzione**
  semplice calcolo o ritenzione di definizioni tra quelle più familiari nella valutazione usualmente realizzata a scuola in matematica
- **Connessione**
  mobilitazione di più idee matematiche e procedure per risolvere problemi semplici o, in qualche modo, familiari
- **Riflessione**
  pensiero matematico, intuizione e generalizzazione, analisi per identificare gli enti matematici in una situazione, formulazione di problemi nuovi

LE COMPETENZE
PER LA VITA

Un esempio di vera **competenza**. La ragazzina inglese che riesce a convincere degli adulti che sta per arrivare lo Tsunami

literacy

2000	2003	2006
lingua	*lingua*	*lingua*
matematica	***matematica***	*matematica*
scienze	*scienze*	***scienze***
	problem solving	

L'innovazione nel metodo

Necessità di innovare le modalità di realizzazione dell'accertamento approntando prove meno legate a prestazioni scolastiche ma piuttosto prove capaci di saggiare nei giovani competenze spendibili nei contesti problematici della vita reale.

Literacy nei vari ambiti

- la capa… di ident… compre… matem… mondo… valutaz… utilizza… confron… modi c… esigen… quell'in… cittadin… ruolo c… e basat…

- la capacità di u… individuo di co… e utilizzare test… riflettere sui lor… contenuti al fin… raggiungere i p… obiettivi, di svil… proprie conosc… potenzialità e d… un ruolo attivo… società

- la capacità di utilizzare conoscenze scientifiche, di identificare i problemi che possono essere… affrontati co… approccio sc… trarre conclu… sui fatti, per… il mondo del… cambiament… apportati dal… umana e per… prendere de… riguardo

- la capacità di un individuo di mettere in atto processi cognitivi per affrontare e risolvere situazioni reali e interdisciplinari, per le quali il percorso di soluzione non è immediatamente evidente e nelle quali gli ambiti di competenza o le aree curricolari che si possono applicare non sono all'interno dei singoli ambiti della matematica, delle scienze o della lettura

L'approccio del PISA nel valutare le competenze matematiche è perciò stato disegnato per porre l'uso delle conoscenze e abilità matematiche al centro dell'insegnamento – apprendimento della matematica.

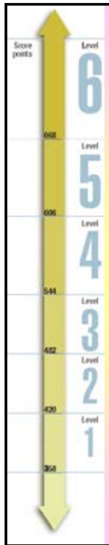
L'obiettivo è di incoraggiare un approccio all'insegnamento – apprendimento della matematica che dia grande enfasi ai processi collegati alla proposta e confronto di situazioni problematiche in contesti reali, alla ricerca di modelli matematici, al loro uso per risolvere i problemi stessi e alla verifica dell'adeguatezza dei modelli scelti. Se gli studenti impareranno a far questo, saranno più preparati a usare le loro conoscenze e abilità matematiche nella vita reale e acquisiranno, pertanto, le competenze matematiche fondamentali, ossia una cultura matematica di base essenziale nell'attuale società.

Organizzazione dell'indagine

- Prove con domande chiuse a scelta multipla e domande aperte a risposta univoca o a risposta aperta
  - Tempo totale somministrazione 3 ore e ½ di prove di matematica, 1 ora di prove di lettura, 1 di scienze e 1 di problem solving
  - Per ciascuno studente 2 ore di prove scritte (solo una parte delle domande a rotazione)
- Questionari
  - studenti (background, apprendimento della matematica, ambiente di apprendimento, impegno, motivazione, carriera scolastica e familiarità con TIC)
  - dirigenti scolastici (caratteristiche della scuola, ambiente di apprendimento, risorse …)
- Campione
  - 275.000 studenti 15enni (Italia: 12.000 in 407 scuole)
  - 41 Paesi partecipanti

La struttura della prova PISA

Numero degli item	Cambiamento e relazioni	Spazio e forma	Quantità	Incertezza	Totale
Riproduzione	7	5	9	5	26
Connessioni	8	12	11	9	40
Riflessione	7	3	3	6	19
TOTALE	22	20	23	20	85



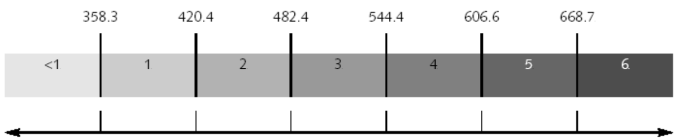
Il punteggio calcolato con l'analisi di Rash

È la misura dell'abilità degli studenti di interpretare i problemi matematici incontrati nel loro mondo, di tradurre tali problemi nel contesto matematico, di usare le conoscenze matematiche e le procedure per risolvere i problemi all'interno del loro contesto matematico, di interpretare i risultati nel problema originale, di riflettere sul metodo applicato e di formulare e di comunicare i risultati.

Il modello matematico utilizzato per analizzare i dati dei test PISA è stato implementato mediante procedure iterative che stimano simultaneamente la probabilità che una data persona possa rispondere correttamente a un dato insieme di test e la probabilità che un item particolare possa essere affrontato in modo corretto da un certo insieme di studenti. Il risultato di queste procedure è un insieme di stime che consente la costruzione di una scala continua che rappresenta i diversi livelli di competenze matematiche. Su questa scala continua è possibile stimare la posizione del singolo studente, valutando quindi il livello delle sue competenze matematiche ed è possibile stabilire la posizione del singolo item, valutando quindi quali competenze matematiche sono richiesta per rispondere correttamente a esso.

Le scale così costruite hanno media 500 e deviazione standard 100 (i 2/3 dei dati stanno fra 400 e 600)

Figura 2.1: Segmento della scala e valori limite dei livelli di competenza in matematica, PISA 2003



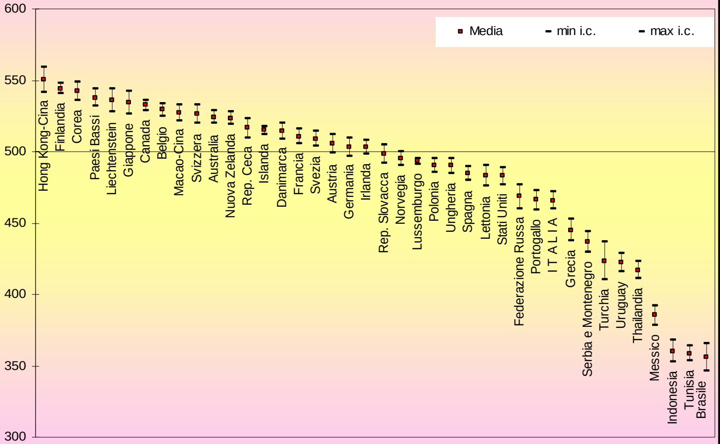
© UST/CDPE

Figura 2.2: Descrizione dei livelli di competenza in matematica, PISA 2003

Livello 6	Concettualizzazione, generalizzazione e uso di informazioni basate su situazioni e problemi complessi. Collegamento fra diverse fonti di informazioni e forme di rappresentazione differenti, in seguito combinazione di diversi elementi. Sviluppo di nuove soluzioni e strategie di gestione di situazioni non familiari.
Livello 5	Sviluppo e utilizzazione di modelli per situazioni complesse. Scelta, confronto e valutazione di strategie di risoluzione dei problemi opportune per affrontare problemi complessi. Utilizzazione strategica di forme di rappresentazione adatte e applicazione di conoscenze riferite alle situazioni.
Livello 4	Utilizzazione corretta di modelli espliciti per situazioni complesse. Scelta e integrazione di varie forme di rappresentazione e loro collegamento con aspetti di situazioni reali, argomentazione flessibile.
Livello 3	Svolgimento di procedure descritte chiaramente, comprese quelle che presuppongono decisioni sequenziali. Utilizzazione e interpretazione di rappresentazioni basate su varie fonti di informazioni e capacità di trarne delle conclusioni dirette.
Livello 2	Estrazione di informazioni pertinenti da un'unica fonte e comprensione di un'unica forma di rappresentazione. Applicazione di algoritmi, formule, procedure o convenzioni fondamentali.
Livello 1	Risposte a domande formulate in un contesto familiare, contenenti tutte le informazioni pertinenti e definite chiaramente. Svolgimento di procedimenti di routine secondo istruzioni dirette.

© UST/CDPE

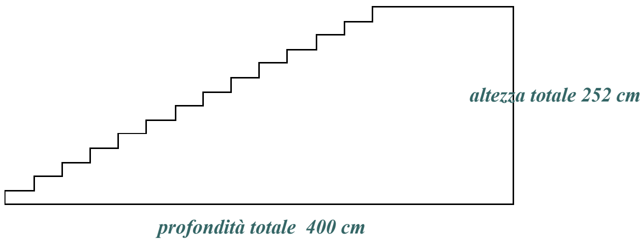
I risultati in matematica



Esempio

Scalinata [Spazio e forma]

Nella figura è rappresentata una scala che ha 14 gradini e un'altezza totale di 252 cm

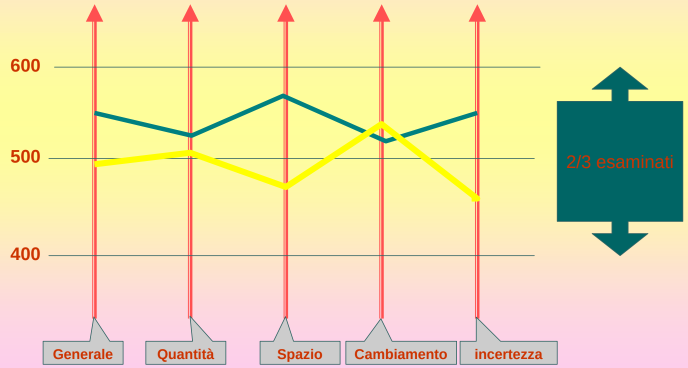


Quanto è alto ciascun gradino? Altezza: .... cm

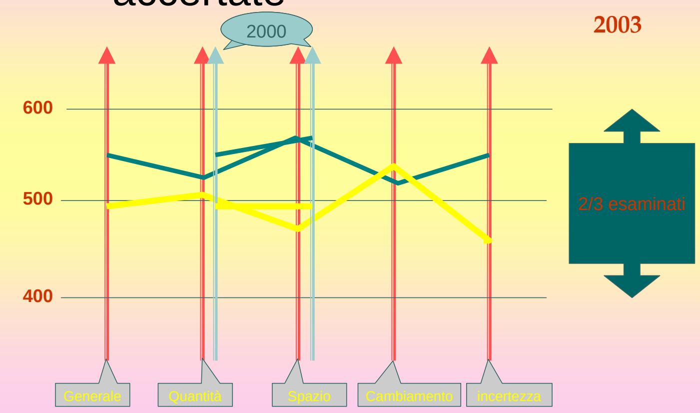
Saper rispondere: "18 cm" a questa domanda è collocato ad un livello di competenza di 421 (358 ≤ livello 1 ≤ 420).

(Licei = 18%, Tecnici = 27%, Professionali = 58%; Totale = 32%)

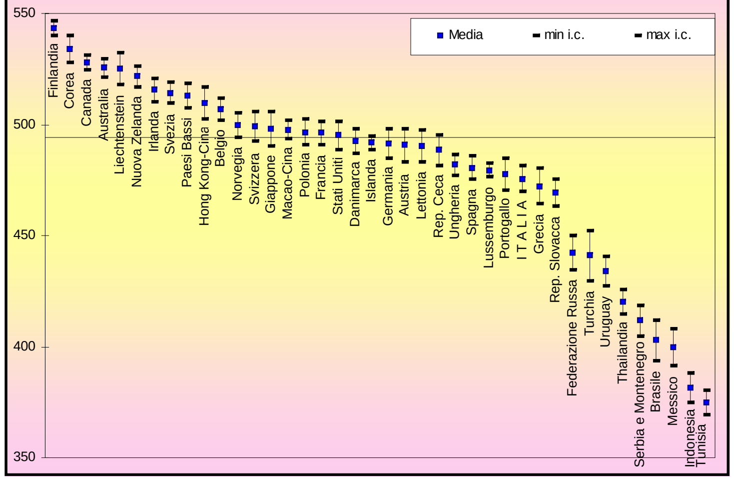
le scale delle prestazioni accertate



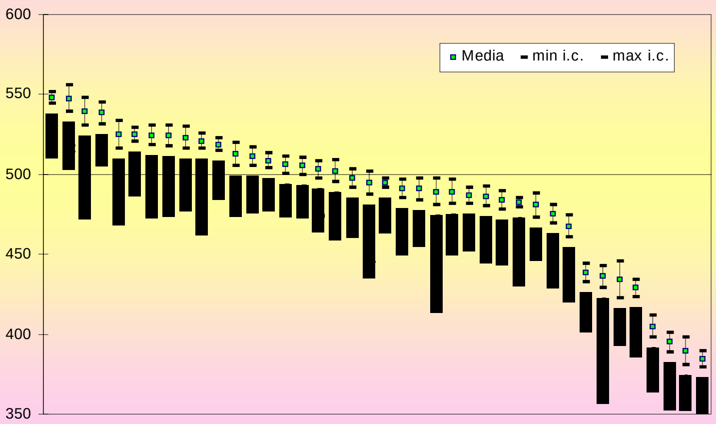
le scale delle prestazioni accertate



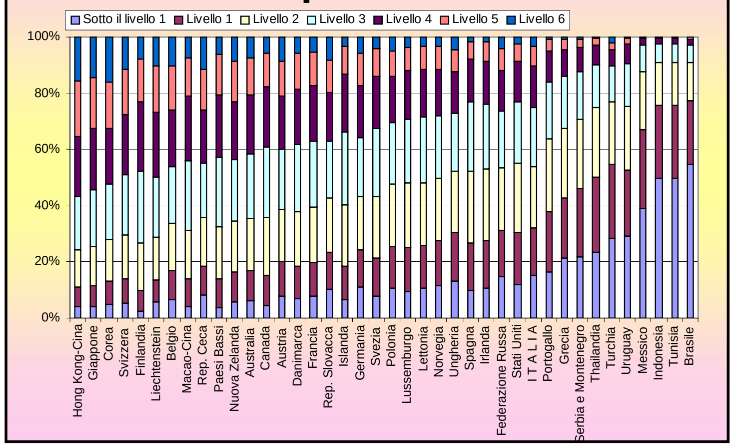
I risultati nella comprensione



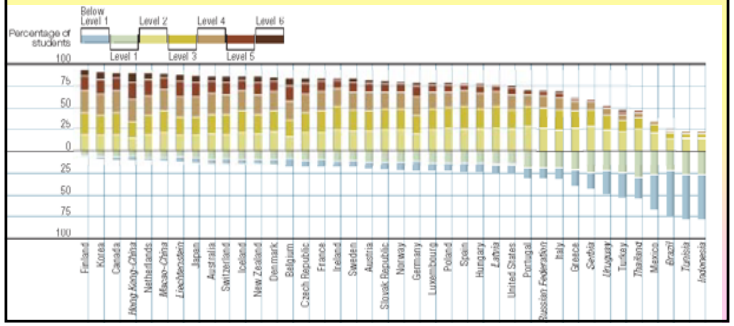
I risultati in scienze



Distribuzione dei livelli nella scala Spazio e forma

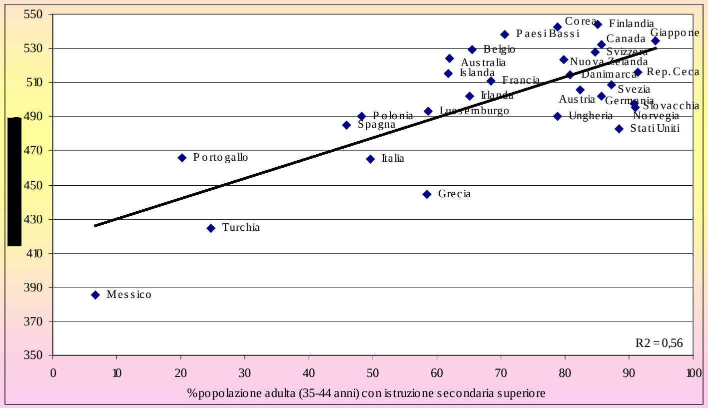


Percentuali di studenti nei vari livelli di competenza

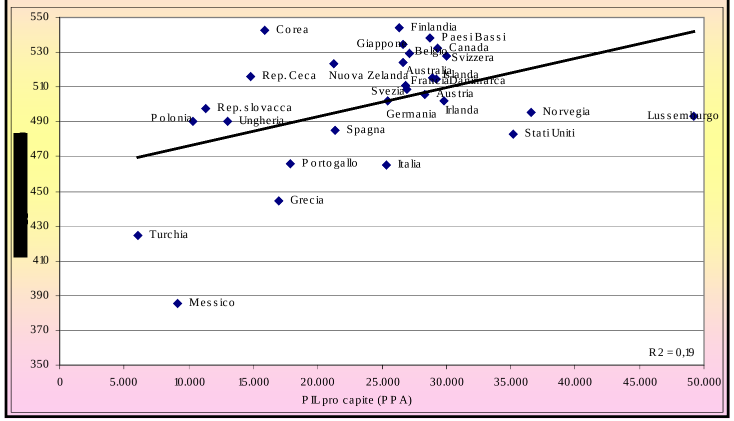


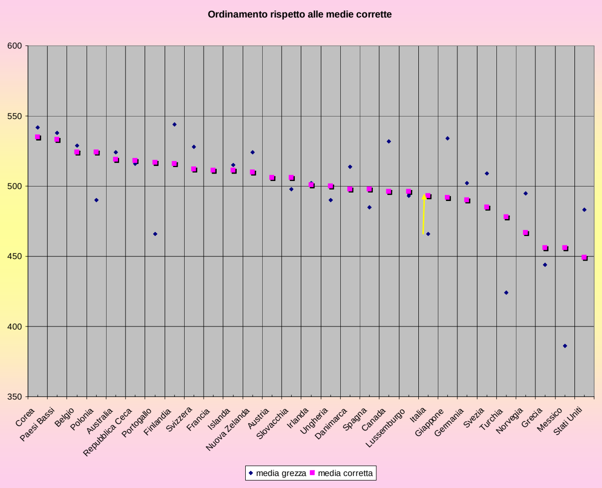
I confronti con gli altri paesi

Scolarizzazione e rendimento

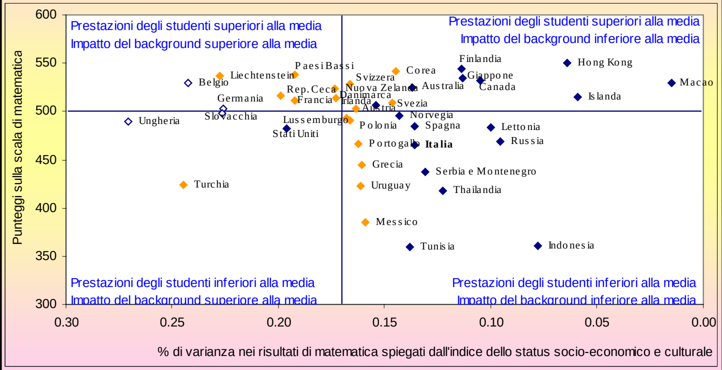


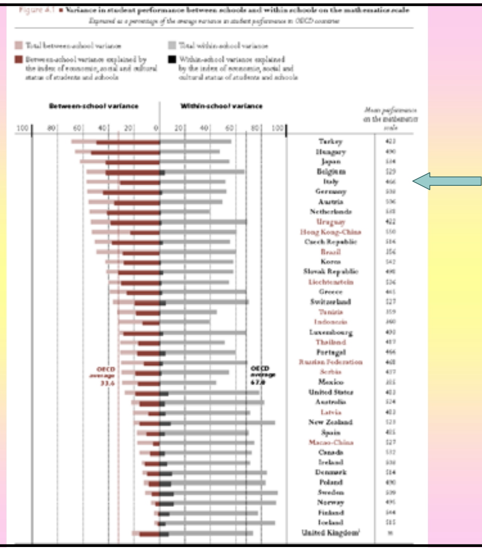
Livello economico e rendimento



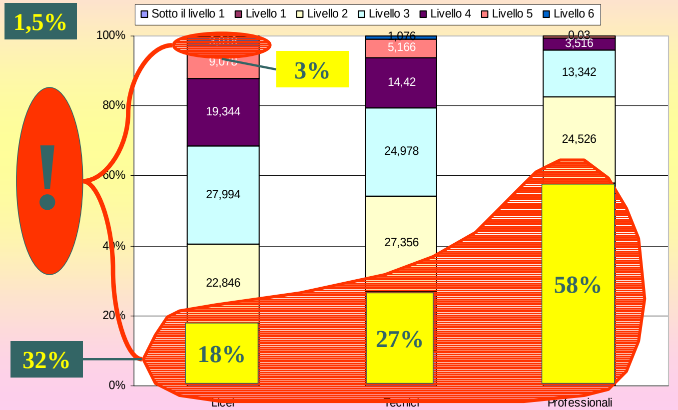


Le differenze tra scuole

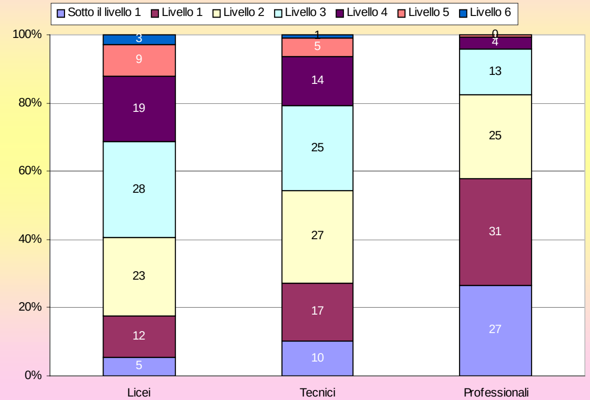




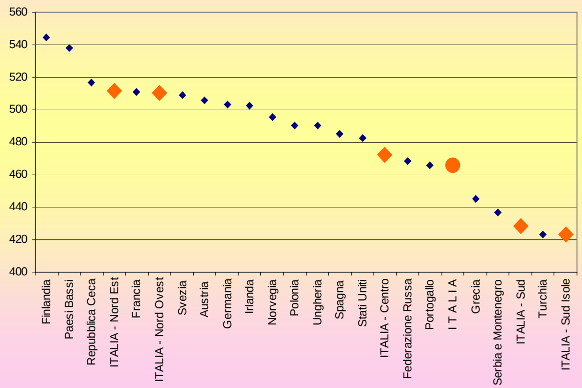
Distribuzione dei livelli nei vari ordini di studio



Distribuzione dei livelli nei vari ordini di studio



Collocazione delle medie di strato territoriale



Le prove INVALSI sono diverse ma danno risultati altrettanto negativi

Per quale valore di x l'espressione $\dfrac{x-2}{3x+1}$ perde significato?

- **A.** **-1/3 (46%)**
- **B.** **0 (18%)**
- **C.** **1/3 (7%)**
- **D.** **2 (26%)**

PROVE INVALSI (2004)

II elem	IV elem	I media	I sup.	III sup.
74%	72%	57%	50%	46%

		Quantità	Spazio e forma	Cambiamento e relazioni	Incertezza
669	Livello 6		(687) Carpentiere (dom.1)	(723) Andatura (dom. 3.3)	(694) Furti (dom. 1.2)
607	Livello 5			(666) Andatura (dom. 3.2) (611) Andatura (dom. 1)	(620) Risultati di una verifica (dom.1)
544	Livello 4	(586) Tasso di cambio (dom. 3) (570) Skateboard (dom. 2) (554) Skateboard (dom. 3)		(605) Andatura (dom. 3.1) (574) La crescita (dom. 3)	(577) Furti (dom. 1.1) (565) Esportazioni (dom. 2)
500 482	Livello 3	(496) Skateboard (dom. 1.2)	(503) Dadi da gioco (dom. 2)	(525) La crescita (dom. 2.2)	
420	Livello 2	(464) Skateboard (dom. 1.1) (439) Tasso di cambio (dom. 2)	(421) Scala (dom. 1)	(477) La crescita (dom. 1) (420) La crescita (dom. 2.1)	(427) Esportazioni (dom. 1)
358	Livello 1	(406) Tasso di cambio (dom. 1			

Ogni livello può essere descritto dal modo in cui si collocano i quesiti sulla scala. Nella matrice sono riportati solo i quesiti rilasciati

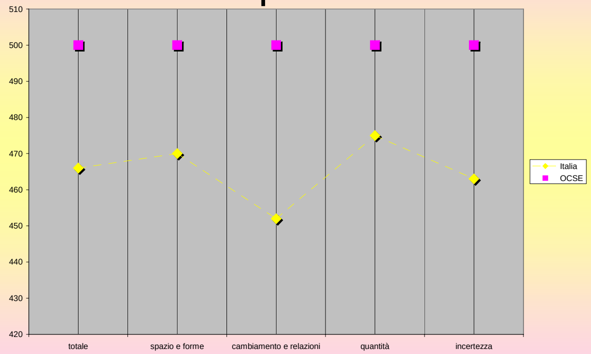
		Quantità	Spazio e forma	Cambiamento e relazioni	Incertezza
669	Livello 6			(723) Andatura (dom. 3.3)	
607	Livello 5			(611) Andatura (dom. 1)	(620) Risultati di una verifica (dom.1)
544	Livello 4	(586) Tasso di cambio (dom. 3) (570) Skatel (554) Skatel		(605) Andatura (dom. 3.1)	
500 482	Livello 3	(496) Skatel			
420	Livello 2	(464) Skateboard (dom. 1.1) (439) Tasso		(477) La crescita (dom. 1)	
358	Livello 1	(406) Tasso			

interpretare dati complessi e non familiari, ricostruire matematicamente situazioni complesse tratte dal mondo reale usare processi di modellizzazione matematica.

interpretare grafici tra loro collegati, interpretare un testo e collegare l'informazione ottenuta a una tabella o a un grafico, isolare le informazioni rilevanti ed effettuare alcuni calcoli, usare le scale di conversione per calcolare una distanza su una mappa, usare ragionamenti spaziali e concetti geometrici per ragionare su distanze velocità e tempo

capacità di leggere un dato da un grafico o una tabella effettuare semplici e immediati calcoli aritmetici ordinare un insieme di numeri, contare oggetti familiari, calcolare una cambio di moneta, identificare ed elencare risultati di una attività combinatoria

Profilo paese rispetto agli ambiti disciplinari



		Quantità	Spazio e forma	Cambiamento e relazioni	Incertezza
669	Livello 6			(723) Andatura (dom. 3.3)	(694) Furti (dom. 1.2)
607	Livello 5			(666) Andatura (dom. 3.2) (611) Andatura (dom. 1)	(620) Risultati di una verifica (dom.1)
544	Livello 4	(586) Tasso di cambio (dom. 3) (570 (554		(605) Andatura (dom. 3.1)	(577) Furti (dom. 1.1) (565) Esportazioni (dom. 2)
500 482	Livello 3	(496) Skateboard (dom. 1.2)			
420	Livello 2	(464) Skateboard (dom. 1.1) (439) Tasso di cambio (dom. 2)	(421) Scala (dom. 1)	(477) La crescita (dom. 1) (4	(427) Esportazioni (dom. 1)
358	Livello 1	(406) Tasso di cambio (dom. 1			

interpretare dati complessi e non familiari, ricostruire matematicamente situazioni complesse tratte dal mondo reale usare processi di modellizzazione matematica.

interpretare grafici tra loro collegati, interpretare un testo e collegare l'informazione ottenuta a una tabella o a un grafico, isolare le informazioni rilevanti ed effettuare alcuni calcoli, usare le scale di conversione per calcolare una distanza su una mappa, usare ragionamenti spaziali e concetti geometrici per ragionare su distanze velocità e tempo

Esempi per capire meglio cosa è stato rilevato

capacità di leggere un dato da un grafico o una tabella effettuare semplici e immediati calcoli aritmetici ordinare un insieme di numeri, contare oggetti familiari, calcolare una cambio di moneta, identificare ed elencare risultati di una attività combinatoria

Livello 1 (406)

TASSO DI CAMBIO

Mei-Ling, una studentessa di Singapore, si prepara ad andare in Sudafrica per 3 mesi nell'ambito di un piano di scambi tra studenti. Deve cambiare alcuni dollari di Singapore (SGD) in rand sudafricani (ZAR).

Domanda 1: TASSO DI CAMBIO *M413Q01 - 0 1 9*

Mei-Ling ha saputo che il tasso di cambio tra il dollaro di Singapore e il rand sudafricano è:

1 SGD = 4,2 ZAR

Mei-Ling ha cambiato 3.000 dollari di Singapore in rand sudafricani a questo tasso di cambio.

Quanti rand sudafricani ha ricevuto Mei-Ling?

Risposta: ....

Livello 2 (439)

Domanda 2: TASSO DI CAMBIO *M413Q02 - 0 1 9*

Quando Mei-Ling torna a Singapore dopo 3 mesi, le restano 3.900 ZAR. Li cambia di nuovo in dollari di Singapore, notando che il nuovo tasso di cambio è:

1 SGD = 4,0 ZAR

Quanti dollari di Singapore riceve Mei-Ling?

Risposta: ....

Livello 4 (586)

Domanda 3: TASSO DI CAMBIO *M413Q03 - 01 02 11 99*

Durante questi 3 mesi il tasso di cambio è passato da 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD.

Per Mei-Ling è più vantaggioso che il tasso di cambio sia 4,0 ZAR invece di 4,2 ZAR nel momento in cui cambia i suoi rand sudafricani in dollari di Singapore? Spiega brevemente la tua risposta.

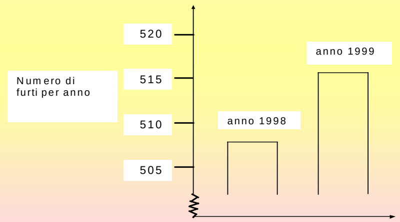
LIVELLO 4 o LIVELLO 6

FURTI

Domanda 1: FURTI *M179Q01- 01 02 03 04 11 12 21 22 23 99*

Un cronista televisivo ha mostrato questo grafico dicendo:

«Il grafico mostra che dal 1998 al 1999 si è verificato un notevole aumento del numero di furti.»



Pensi che l'affermazione del cronista sia un'interpretazione ragionevole del grafico? Spiega brevemente la tua risposta.

LIVELLO 4 (577)

Punteggio parziale

Codice 11: No, non è ragionevole, ma con una spiegazione non dettagliata.
- Si concentra SOLO sull'aumento dato dal numero esatto di furti, ma non lo paragona al numero totale.
- Non è ragionevole. È aumentato di 10 furti. La parola "notevole" non spiega la realtà dell'aumento nel numero di furti. L'aumento è stato solo di 10 e non lo definirei "notevole".
- Da 508 a 515 non è un grosso aumento.
- No, perché 8 o 9 non è una grande quantità.
- Più o meno. Da 507 a 515 c'è un aumento, ma non molto grande.

[Nota: poiché la scala del grafico non è molto chiara, si possono accettare valori compresi fra 5 e 15 per l'aumento del numero esatto dei furti.]

FURTI: INDICAZIONI PER LA CORREZIONE D1

[Nota: L'uso di NO nei codici seguenti si riferisce a tutte le risposte che indicano che l'interpretazione del grafico NON è corretta. SÌ si riferisce a tutte le affermazioni che indicano che l'interpretazione è corretta. Per scegliere il codice da attribuire alla risposta, considerare unicamente se l'allievo indica che l'interpretazione del grafico è corretta o non corretta, senza considerare la presenza di SÌ o NO nella risposta.]

Punteggio pieno

Codice 21: No, non è ragionevole. Si concentra sul fatto che viene mostrata **solo una porzione ridotta** del grafico.
- Non è ragionevole. Bisognerebbe mostrare il grafico tutto intero.
- Non credo che sia un'interpretazione ragionevole del grafico, perché se lo avessero mostrato per intero, si sarebbe visto che c'è stato solo un leggero aumento nel numero di furti.
- No, perché ha utilizzato solo la parte superiore del grafico, e se avesse guardato il grafico completo da 0 a 520, l'aumento non sarebbe parso così grande.
- No, perché il grafico dà l'impressione che c'è stato un aumento importante, ma se si guardano le cifre si vede che non c'è stato un grande aumento.

Codice 22: No, non è ragionevole. La risposta contiene argomenti corretti in termini di aumento proporzionale o percentuale.
- No, non è ragionevole. 10 non è un aumento considerevole rispetto a un totale di 500.
- No, non è ragionevole. In percentuale, l'aumento è solo del 2%.
- No. 8 furti in più corrispondono a un aumento dell'1,5%: secondo me questo non è molto!
- No, sono solamente 8 o 9 in più quest'anno. Su di un totale di 507, non è un aumento importante.

Codice 23: Indica che per poter interpretare il grafico bisogna avere delle indicazioni sull'evoluzione nel tempo.
- Non si può dire se l'aumento è importante o meno. Se il numero di furti nel 1997 è stato il medesimo che nel 1998, allora si potrebbe dire che c'è stato un notevole aumento nel 1999.
- Non si può sapere cosa significa "notevole", perché è necessario almeno avere due cambiamenti per poter dire che uno è grande e che l'altro è piccolo.

Due domande fondamentali

Qual è il significato di questi risultati?

Che conseguenze trarne per l'insegnamento della matematica nelle nostre scuole?

2. Un quadro teorico

Il quadro teorico costituisce le lenti secondo le quali vengono studiati e interpretati i processi e i prodotti dell'insegnamento-apprendimento.

Il rischio è che tali lenti non risultino trasparenti per i non addetti ai lavori e i risultati dell'indagine vengano acquisiti acriticamente come qualcosa di 'assoluto'.

A. Alcuni principi generali per valutazione

B. Il contesto in cui PISA si sviluppato

PRINCIPI per la valutazione

La valutazione come **parte integrante dei processi di insegnamento e apprendimento** nella classe

Black and Wiliam (*Assessment and classroom*, 1998)

Principi per la valutazione
(de Lange, *Framework for assessment*, 1999)

1. Migliorare l'insegnamento
2. Immergere la matematica in problemi che siano parte del mondo dell'allievo (coinvolgenti, educativi, autentici)
3. **La v. dovrebbe rivelare ciò che gli studenti sanno piuttosto che l'opposto** (Cockroft, 1982).
4. **Una v. equilibrata dovrebbe includere formati multipli e variati** (Wiggins, 1992).
5. Le domande dovrebbero rendere operativi tutti gli obiettivi del curricolo. Per questo servono gli standard di prestazione, comprese le differenti indicazioni dei diversi livelli del pensiero matematico (de Lange, 1987)

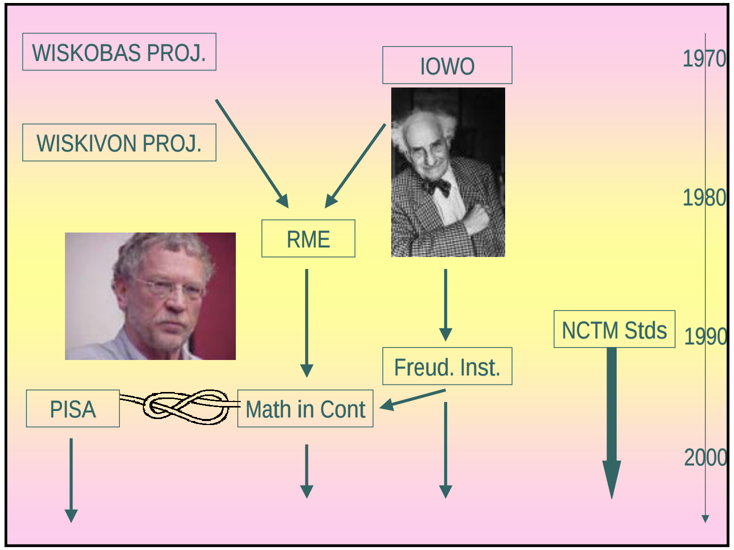
Principi per la valutazione
(de Lange, *Framework for assessment*, 1999)

6. **I criteri di graduazione devono essere pubblici con esempi in positivo e in negativo**
7. **L'intero processo di v. (comprese le graduazioni e i punteggi) dovrebbe essere noto agli studenti**
8. **Gli studenti dovrebbero ricevere feedback sulle loro prestazioni**
9. La qualità del compito richiesto non è definita dai parametri tradizionali di oggettività, replicabilità ecc., ma dalla sua autenticità, correttezza e dal modo con cui realizza i punti precedenti

Un quadro teorico:

✓ Alcuni principi generali per la valutazione

B. Il contesto in cui PISA si è sviluppato



H. Freudenthal (→ RME (→ PISA))

Matematizzazione:

- **orizzontale**: rendere un problema accessibile al trattamento matematico
- **verticale**: lavorare matematicamente nel modello

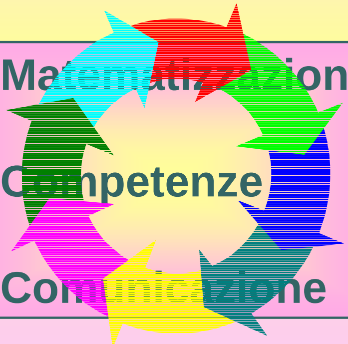
REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION

	Matematizzazione	
	orizzontale	**verticale**
Realistica	+	+
Strutturalista	–	+
Empirista	+	–
Meccanicista	–	–

Il quadro PISA definisce un certo ‘sense making’ inteso delle **pratiche** di insegnamento e apprendimento della matematica, frutto delle sperimentazione e delle ricerche del Freudenthal Institute connesse a RME, MiC, …

Esso compendia vari risultati acquisiti sia in campo pedagogico sia in didattica della matematica.

Che cosa c'è di innovativo nel quadro di riferimento PISA-RME?



- Matematizzazione
- Competenze
- Comunicazione

La matematizzazione

Si fa carico di superare la discontinuità tra l'apprendimento scolastico e la cognizione che avviene fuori della scuola (incapsulamento scolastico: L.B. Resnick, 1987; Y. Engeström 1991).

Le competenze

La nozione di competenza tende a superare la distinzione tra sapere e saper fare.

Matematizzazione

↓

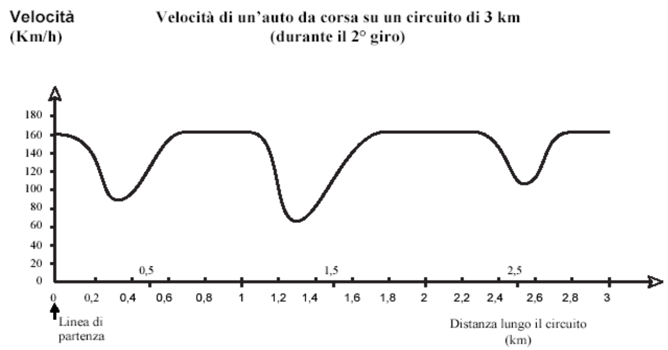
Origine dei significati dei concetti e degli enti matematici dall'azione esperita concretamente oppure immaginata, ad es. nei processi di modellizzazione (Sfard 1991, Tall 1994, Schoenfeld 1992)

↓

Competenze

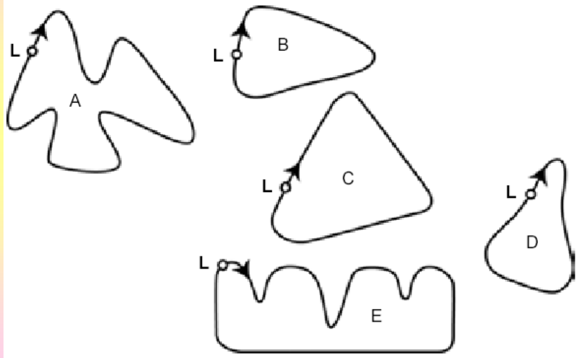
VELOCITÀ DI UN'AUTO DA CORSA

Il grafico mostra come varia la velocità di un'auto da corsa mentre percorre il secondo giro di un circuito pianeggiante lungo 3 chilometri



Nella figura seguente sono illustrati cinque circuiti:

Lungo quale di questi circuiti è stata guidata l'auto per produrre il grafico della velocità illustrato in precedenza?



L: Linea di partenza

Comunicazione e interazione

L'apprendimento della matematica è inteso come un processo basato sullo scambio con gli altri. Importante l'interfaccia tra l'esperienza individuale e quella collettiva: lavoro di comunicazione e di indagine in gruppi eterogenei.

Due domande fondamentali

Qual è il significato di questi risultati?

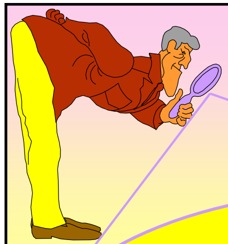
Che conseguenze trarne per l'insegnamento della matematica?

Un quadro teorico

A. Principi generali per PISA

B. Il contesto in cui PISA si è sviluppato

Alcune risposte



1

I nostri allievi non mostrano il possesso di competenze come 'processi' strutturati in forme complesse
(riproduzione, connessione, riflessione)

Cioè, i nostri allievi non sanno applicare le abilità apprese a scuola a un contesto meno strutturato, in cui le istruzioni sono meno chiare e in cui devono decidere quali siano le conoscenze pertinenti e come si possano utilmente applicare.

L'educazione scolastica non sembra fornire loro concetti operativi.

Alcuni risultati delle prove INVALSI (2004) confermano questo dato negativo anche in problemi più scolastici

Seconda elementare (N = 2956)

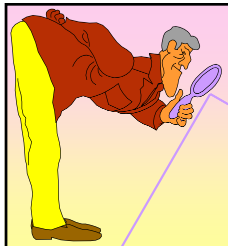
Quale numero corrisponde a 14 unità e 3 decine?

- □ *A. 17 (14,45 %)*
- □ *B. 34 (35,93 %)*
- □ *C. 44 (46,89 %)*

Terza superiore (N= 5096)

Quanti numeri razionali sono compresi tra 2,4 e 2,85?

□	***A.***	***Infiniti.***	**(35,81 %)**
□	***B.***	***Quattro.***	**(9,77 %)**
□	***C.***	***Quarantacinque.***	**(25,90 %)**
□	***D.***	***Ottantuno.***	**(25,75 %)**



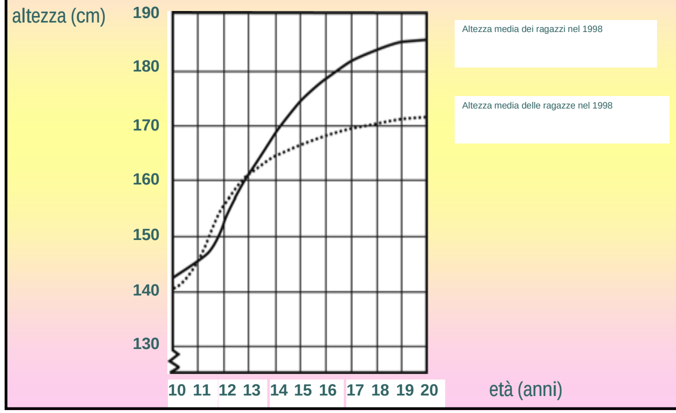
2

Nelle prestazioni linguistiche dei nostri allievi mentre fanno matematica risulta spesso scisso il rapporto tra aspetti verbali e aspetti simbolici.

ESEMPIO

LA CRESCITA
I giovani diventano più alti

Il grafico seguente mostra l'altezza media dei ragazzi e delle ragazze olandesi nel 1998.



Spiega in che modo il grafico mostra che, in media, la crescita delle ragazze è più lenta dopo i 12 anni.

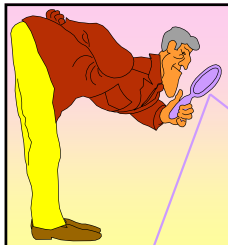
In base al grafico, in che periodo della vita le ragazze sono, in media, più alte dei maschi della stessa età?

Spiega in che modo il grafico mostra che, in media, la crescita delle ragazze è più lenta dopo i 12 anni.

Punteggio pieno

Codice 11: Fa riferimento alla diminuzione della pendenza della curva a partire dai 12 anni, **utilizzando espressioni della vita quotidiana piuttosto che un linguaggio matematico**.

- Non continua a andare su dritta, si appiattisce.
- La curva si appiattisce.
- E' più piatta dopo i 12 anni.
- La curva delle ragazze inizia a diventare piana e quella dei ragazzi diventa più grande.
- Si appiattisce mentre il grafico per i ragazzi continua a salire.



3

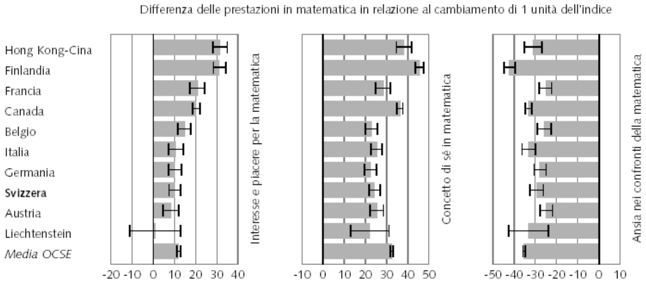
Fattori extra-matematici che influenzano le prestazioni in matematica

Fattori psicologici ed emotivi:

- **Gli interessi specifici per la materia** influenzano favorevolmente i processi cognitivi ed emotivi, determinando una riflessione più approfondita e prestazioni migliori (Schiefele e Schreyer, 1994).
- **Il concetto di sé in matematica**: misura in cui gli allievi sono convinti delle loro capacità matematiche (Marsh, 1987).
- **L'ansia nei confronti della matematica** (Deffenbacher, 1980).

Relaz. tra apprendimento autonomo e prestazione matematica

Figura 2.7: Relazione tra componenti selezionate dell'apprendimento autonomo e prestazione in matematica dei quindicenni, PISA 2003

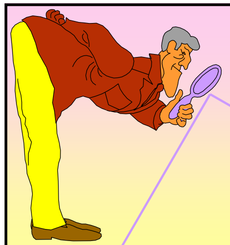


© UST/CDPE

Fonte: Base dati PISA dell'OCSE-UST/CDPE, 2004

La figura 2.7 mostra l'intensità della relazione tra l'indice dell'apprendimento autonomo selezionato e la prestazione in matematica. La lunghezza della barra indica l'incremento della prestazione in matematica per unità dell'indice corrispondente. Per poter valutare meglio la precisione dei risultati è inoltre indicato l'intervallo di confidenza (95%).

In media, con l'aumento di un'unità dell'indice dell'*interesse per la matematica* la prestazione in matematica degli allievi svizzeri sale di 10 punti. In Svizzera, l'interesse specifico per la materia e la prestazione in matematica sono quindi legate in misura moderata, come nella media OCSE (incremento di 12 punti). Con più di 30 punti di differenza per unità, Hong Kong-Cina e la Finlandia sono i Paesi di riferimento che presentano la maggior correlazione.



4

La dialettica orizzontale-verticale nella matematizzazione

Dal quadro di riferimento PISA la matematica come costruzione teorica è poco presente (in parte anche perché tratta allievi di 15 anni).

La matematizzazione non segue soltanto la dinamica "diretta", molto importante, descritta in (RME) PISA: Problema nel mondo reale → Traduzione nel linguaggio della matematica → Soluzione matematica → Soluzione nel mondo reale.

Il modo con cui descrivo/ interpreto il mondo reale è (può essere) profondamente influenzato dalla teoria matematica, dalle sue rappresentazioni simboliche.

→ Vi è anche una dinamica "inversa" centrata sulla matematica come sapere teorico

Le due dinamiche, diretta e inversa, riguardano il complesso rapporto tra matematica e cultura:

a) L'insegnante può usare situazioni extrascolastiche per costruire-motivare-applicare le conoscenze matematiche di base (questo uso può influire sulla cultura extrascolastica)
b) Il rapporto tra matematica insegnata ed esperienza matematica (implicita) degli allievi in contesti extrascolastici
c) Il rapporto tra matematica insegnata a scuola e la matematica dei matematici (e degli altri specialisti che la usano)

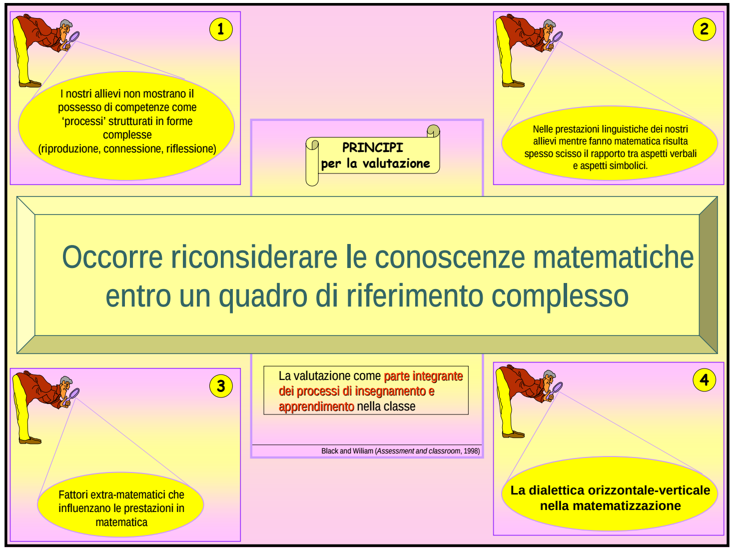
3. Che fare?

PISA evidenzia storture nell'insegnamento, spesso denunziate dalla ricerca:

- insegnamento decontestualizzato (il che rinforza l'incapsulamento della matematica)

- insegnamento puramente trasmissivo di regole, come adeguamento alle pratiche esteriori, con il conseguente scarso sviluppo di competenze 'alte' e di capacità metacognitive di controllo dei risultati

- scarsa attenzione gli aspetti "extra-matematici"



a

Partire dai dati negativi di PISA può essere importante se tutti i docenti di matematica, dalle elementari all'università, con i loro allievi vengono coinvolti in un processo di autovalutazione in cui si rifletta sulle competenze che sarebbe auspicabile costruire in matematica, all'interno di uno (o più) quadri di riferimento espliciti.

È essenziale che ciò si faccia anche all'università, per es. per la formazione degli insegnanti e per i modelli della disciplina che ogni insegnante trasmette.

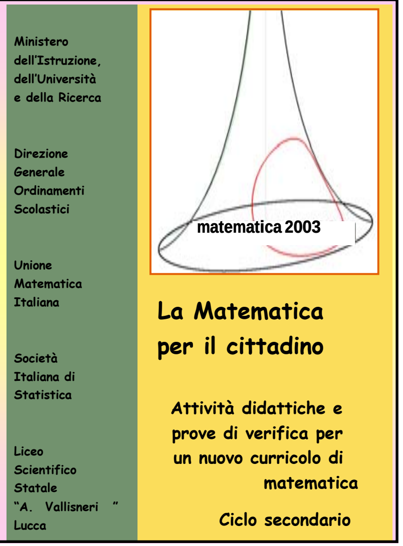
b

Una conseguenza importante è che se le competenze e non solo le conoscenze sono l'obiettivo da perseguire a scuola allora non è sufficiente considerare un modello puramente trasmissivo.

Emerge la necessità della trasposizione didattica (discussa ad es. dalla scuola francese, in particolare da Y. Chevallard).

Occorre non tanto un programma prescrittivo per contenuti, quanto un curricolo che orienti alla costruzione di quelle competenze trasversali e disciplinari che si ritengono indispensabili per il cittadino.

A questo principio è ispirato il curricolo proposto dall'UMI-CIIM-SIS



I nuclei per elem. e medie

<u>nuclei tematici</u>:

- *il numero*
- *lo spazio e le figure*
- *le relazioni*
- *i dati e le previsioni*

<u>nuclei di processo</u>:

- *misurare*
- *argomentare e congetturare*
- *risolvere e porsi problemi*

I nuclei per le superiori

<u>nuclei tematici</u>:

- *Numeri e Algoritmi*
- *Spazio e figure*
- *Relazioni e funzioni*
- *Dati e previsioni*

<u>nuclei di processo</u>:

- *Misurare*
- *Risolvere e porsi problemi*

- *Argomentare, congetturare, dimostrare*

- Il laboratorio di matematica

NON PARE ESSERE COSÌ NEGLI OSA PROPOSTI DAL MIUR

"[I processi] sono considerati negli OSA solo in forma piuttosto ridotta: alcuni riuniti in un gruppo di obiettivi trasversali, che si chiama "introduzione al pensiero razionale", e alcuni altri rintracciabili più o meno esplicitamente nelle abilità."

(Anzellotti, 2005)

C

È importante impostare anche processi in cui l'apprendimento sia centrato sulla matematica come teoria.

In questo senso va per esempio la proposta UMI-CIIM.

(dalla *Premessa*)

La formazione del curriculum scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia quella culturale della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall'altro sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale.

(dalla *Premessa*)

L'educazione matematica deve contribuire a una formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica. ...

Infatti, la conoscenza dei linguaggi scientifici, e tra essi in primo luogo di quello matematico, si rivela sempre più essenziale per l'acquisizione di una corretta capacità di giudizio. ...

Per questo la matematica concorre, insieme con le scienze sperimentali, alla formazione di una dimensione culturale scientifica.

- Il passaggio dalle strutture moltiplicative, ad es. alla base della teoria delle proporzioni, alla nozione di funzione lineare (e di sua inversa);

- Variabili, incognite e parametri: il ruolo del linguaggio simbolico della matematica che struttura allo stesso modo problemi apparentemente diversi;

- La transizione dall'argomentazione alla dimostrazione

Avviare processi ‘inversi’ in cui l’apprendimento avviene a partire dalle pratiche con le rappresentazioni e con gli artefatti (e che quindi possono anche essere di imitazione).

In questo metodo, il ruolo dell’insegnante come attivo mediatore culturale, che fa evolvere le concezioni ‘naturali’ degli allievi verso quelle della teoria è molto marcato (scuola vigotskiana).

ESEMPI di esperienze basate su ‘processi inversi’
(Europa, URSS, USA):

-“Salire dall’astratto al concreto” (Davydov);

-“Apprendimento situato” e “Apprendistato cognitivo” (Collins, Brown, & Newman);

- “Apprendimento per espansione” (Engeström);...

Molte sono basate sul concetto di attività e si concentrano sul ruolo degli artefatti e dei segni come mediatori nei processi che concernono le attività cognitive e l’apprendimento.

Le prove TIMSS (a 10 e 14 anni) hanno un quadro di riferimento che risente di questo tipo di ricerche. Meno presenti nelle prove PISA.

d

Nella trasposizione didattica, la matematica diventa altra da quella strutturata nei sacri testi:

- emergono salti, ostacoli all’apprendimento ecc.;
- i concetti vengono contestualizzati ad opportune situazioni di apprendimento;
- l’insegnante diventa
  - progettista didattico: opera per stabilizzare/destabilizzare modelli in un delicato equilibrio dinamico;
  - mediatore culturale: stimola e sollecita gli allievi ad un apprendimento critico e problematico, per favorire la costruzione di vere e proprie competenze autonome.

...

L’insegnante deve diventare attento anche ai fenomeni (apparentemente) extra-matematici che vivono ed avvengono nella classe e che spesso costituiscono il supporto attraverso il quale avviene la comprensione dei concetti.

Un esempio

Una delle 'idee chiave' di PISA è

Cambiamento e crescita

Il concetto di funzione è la controparte matematica di questa 'idea chiave'.

I fenomeni di cambiamento, crescita, movimento ecc. possono produrre risonanze cognitive positive negli allievi e supportare il loro apprendimento.

Le radici storiche delle funzioni sono spesso ***radici cognitive*** [Tall, 1992] .

- MOVIMENTO (Oresme, Galilei, Newton,...)
- GRAFICI (Euler,..., Klein,...)
- EQUAZIONI (Leibniz, Euler, D'Alembert,...)

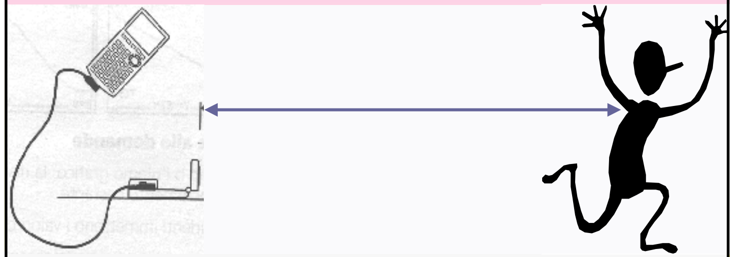
Esse focalizzano differenti ***immagini-concetto* delle funzioni, *che*** illustrano il loro variegato aspetto.

Malik, Monna, Gravemeijer&Doorman, Grattan Guinness, Vinner, DeMarois,Tall

Gli aspetti storici, tecnologici, rappresentazionali giocano un ruolo complesso.

Il lavoro dell'insegnante come mediatore culturale è in questo caso assai rilevante: deve andare alla ricerca delle radici cognitive di questo concetto per progettare situazioni didattiche in cui possano emergere le competenze degli allievi come "sapere agito".

Oggi…



2. Uso di sensori per raccogliere i dati su oggetti e persone in movimento in tempo reale e li rappresentano in tempo reale sullo schermo di un computer in forme diverse (numeriche, grafiche, iconiche, ...)

Kaput, Malik, Mariotti & Laborde, Nemirovsky

VIDEOCLIP 1 (Eleanor)

[R. Nemirovsky & T. Wright]

4. Conclusioni

PISA:

• È un’indagine molto seria (coma quella TIMSS), basata su importanti studi che definiscono un solido quadro teorico.

• È un campanello di allarme salutare .

• Il quadro teorico:

- • mette in luce aspetti importanti delle competenze (intreccio contenuti/processi;...);
- • mancano alcuni aspetti che la ricerca invece sottolinea (matematica come pensiero teorico)

Il rischio più serio è che come cura si pensi di sottoporre i nostri allievi a maldigerite porzioni di RME al fine di superare le prove del tipo PISA o altre prove, utilizzando i metodi trasmissivi che proprio le prove PISA mettono in crisi.

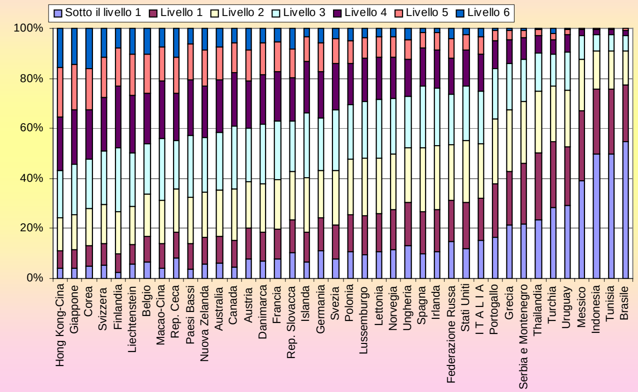
Questo potrebbe avere conseguenze dannose.

Il pericolo è stato denunciato da Al Cuoco per quanto riguarda gli USA (Bollettino UMI, Sez A, 2001?).

“Gli insegnanti sono sottoposti ad enormi pressioni affinché preparino i propri studenti a superare questi esami. Gli studenti che non superano l’esame vengono assegnati a classi di ‘preparazione ai test’ che si concentrano sui dettagli del come si affrontano i test.

I punteggi vengono pubblicati sui giornali, le scuole vengono giudicate sulla base della percentuale di studenti che supera il test e i punteggi ottenuti dal sistema scolastico di una città influenzano il valore degli immobili della città stessa: il valore degli immobili sale nelle aree scolastiche con punteggi alti (che finiscono così col disporre di ancora maggiori risorse da spendere per l’istruzione) e le scuole con risultati più bassi vanno incontro ad una riduzione dei valori immobiliari e dunque delle entrate fiscali disponibili per il finanziamento dell’istruzione”

Una realtà che ci chiede di agire



I dieci punti del Ministro Moratti

1. Dal sapere astratto alle competenze
2. Puntare sulla formazione dei docenti
3. Rafforzare le conoscenze, abilità e competenze in italiano, matematica, scienze
4. Aumentare le sinergie e le opportunità di educazione informale
5. Scambio delle migliori pratiche
6. Dispersione scolastica: azioni di contrasto
7. Rapporto tra educazione e valutazione
8. Servizio Nazionale di Valutazione
9. Preparazione al 2006: simulazioni
10. Strutture operative regionali a supporto di una migliore qualità degli apprendimenti