

## Relazioni e funzioni

Il nucleo “Relazioni e funzioni” ha come contenuti principali le funzioni elementari, le equazioni e le disequazioni.

Le relazioni stesse sono appena accennate come contenuto. Si ritiene, infatti, che le relazioni, in particolare quelle d'ordine, non vadano presentate come argomento a sé, ma riconosciute e considerate durante l'esame delle proprietà dei vari insiemi numerici e delle funzioni elementari, in risposta al bisogno di cogliere i caratteri classificatori di concetti che nascono come generalizzazioni successive di proprietà note.

L'osservazione di relazioni tra grandezze rimane però il “substrato” del tema.

Uno dei maggiori obiettivi didattici di questo nucleo è, infatti, l'acquisizione da parte degli alunni di un “pensiero funzionale”<sup>1</sup>. Come lo si può favorire?

Con una forte connessione fra il grafico di una funzione, l'interpretazione dell'andamento, il collegamento di questo con l'espressione algebrica della funzione, gli aspetti numerici, e l'analisi di momenti particolari di questo andamento che corrispondono agli zeri (cioè alle equazioni), al segno (cioè alle disequazioni). Il teorema di esistenza degli zeri per le funzioni continue è un teorema non dimostrato ma presente in tutto il percorso come “teorema in atto”.

Ciò non vuol dire che non si possa parlare di equazioni e sistemi indipendentemente dallo studio delle funzioni, ma che, laddove possibile, si cerca di favorire l'interazione con la rappresentazione geometrica.

Momenti particolari dell'andamento del grafico sono anche i massimi e i minimi, la crescita e la decrescita, il comportamento in prossimità di valori particolari; questa non è l'analisi matematica, perlomeno non è l'analisi matematica in senso classico. E' lo studio qualitativo di un fenomeno.

La considerazione dei fenomeni a livello qualitativo deve diventare un'abitudine mentale degli alunni e degli insegnanti, se si vuole fare in modo che le tecniche che l'alunno imparerà nel corso degli anni non siano mai oggetto di applicazione meccanica, ma frutto di riflessione sui significati nei diversi contesti proposti. Ad esempio l'insegnante farà osservare i massimi e i minimi, la crescita o la decrescita di un andamento tutte le volte che si presenterà l'occasione, ma non ci deve essere nel curriculum un momento espressamente dedicato a questo argomento. Analogamente ci saranno situazioni che portano a risolvere equazioni esponenziali o goniometriche, senza che queste abbiano uno spazio dedicato esclusivamente alla loro trattazione.

Il bagaglio culturale che il cittadino potrà portare con sé alla fine del ciclo scolastico è quel “pensiero funzionale” che porta a riconoscere e utilizzare vari registri interpretativi di una stessa situazione.

In quanto segue sono presentati esempi di attività e di prove di verifica. Le prove di verifica non sono solo quelle collegate alle attività. Esse riguardano più in generale i contenuti previsti nel corso dei due bienni, e servono a dare un'idea delle abilità che si vuole che gli studenti raggiungano, fissando contemporaneamente anche dei “limiti” alla complessità degli esercizi.

Un'attività, invece, si estende per diverse ore e porta facilmente a toccare, su un esempio particolare, argomenti non curricolari. Questi non devono diventare oggetto di verifica ulteriore.

Sono illustrate nove attività nel dettaglio, altre sono suggerite come possibili sviluppi o come prove di verifica. Si noterà che alcune delle attività (in particolare la n. 2, la n. 4 e la n. 5) sono legate all'esperienza quotidiana o della vita sociale. Non si vuole con questo intendere che la matematica del cittadino sia solo quella applicata alla vita reale, ma piuttosto presentare esempi di modi di lavorare che consentano agli alunni stessi di reperire i dati necessari alla soluzione di un problema.

---

<sup>1</sup> Questo termine fu usato da Felix Klein come parola d'ordine per la sua proposta di riforma curricolare europea degli inizi del '900, alla quale l'Italia non aderì.

Non possono invece essere definiti davvero “reali” molti dei problemi presentati nell’attività 3. In quest’attività lo scopo didattico non è la matematizzazione del reale, bensì la formalizzazione di un problema, la traduzione del linguaggio naturale in linguaggio algebrico.

Nel secondo biennio i problemi “concreti” diventano un punto di partenza per avvicinare concetti più astratti quali quello di parametro, di successione ricorsiva, di limite.

Tuttavia, per quello che riguarda lo studio di funzioni, si ritiene importante mantenere un legame, se non con l’esperienza quotidiana, almeno con un problema di partenza. Si può arrivare a funzioni piuttosto complesse, ma solo se l’andamento del loro grafico può essere interpretato come modello di un fenomeno.

Alcune delle attività si configurano come attività di Laboratorio, come la n. 4, la n. 8. Ma ci si accorge facilmente che la distinzione fra attività di Laboratorio e non di Laboratorio è difficile. Infatti, da un lato quasi tutte le attività fanno uso di strumentazioni informatiche, dall’altro il Laboratorio non è solo l’uso di strumenti informatici, ma un modo di lavorare. Tutte le attività che qui vengono descritte sono in linea di massima oggetto di “didattica lunga”, diversamente da quelle riportate nelle prove di verifica.

Le attività e le prove di verifica non coprono certo in maniera esaustiva le conoscenze e le abilità previste del nucleo “Relazioni e Funzioni”, ma ci si augura che unitamente alle indicazioni generali di questi programmi costituiscano un supporto didattico sufficiente.

La presenza di nuclei trasversali con attività proprie fa sì che molti argomenti che riguardano questo nucleo si possano trovare tra le attività dei nuclei “Misurare”, “Risolvere e porsi problemi”, “Argomentare, congetturare, dimostrare”. Anche queste attività sono essenziali al raggiungimento degli obiettivi di questo nucleo.

## Elenco delle attività

| <b>Livello<br/>scolare</b> | <b>Titolo</b>   | <b>Contesto</b>                            | <b>Collegamenti<br/>esterni</b>        | <b>Pagina</b> |
|----------------------------|---|--|--|---------------|
| 1° biennio                 | Dalle espressioni algebriche alle funzioni  | Numeri e algebra                           |  |               |
| 1° biennio                 | Risparmiare sulla bolletta del telefono   | Esperienza quotidiana                      | Il marketing. I messaggi pubblicitari. |               |
| 1° biennio                 | La “traduzione” dei problemi: dal linguaggio naturale al linguaggio dell’algebra. | Linguaggio naturale e linguaggio simbolico | Lingua italiana                        |               |
| 1° biennio                 | Redditi e tasse   | Vita sociale                               | Diritto ed economia                    |               |
| 1° biennio                 | Diete alimentari  | Alimentazione                              | Scienze                                |               |
| 2° biennio                 | La fabbrica dei cioccolatini  | Vita sociale                               | Economia                               |               |
| 2° biennio                 | L’area dei rettangoli isoperimetrici  | Figure geometriche                         |  |               |
| 2° biennio                 | La concentrazione di un farmaco nel sangue  | Educazione alla salute                     | Scienze                                |               |
| 2° biennio                 | Moto di un proiettile   | Applicazioni goniometriche                 | Fisica                                 |               |