



Pierce, Frege, Saussure:  
trois grands courants  
sémiolinguistiques  
pour la didactique.  
(2ème partie) .

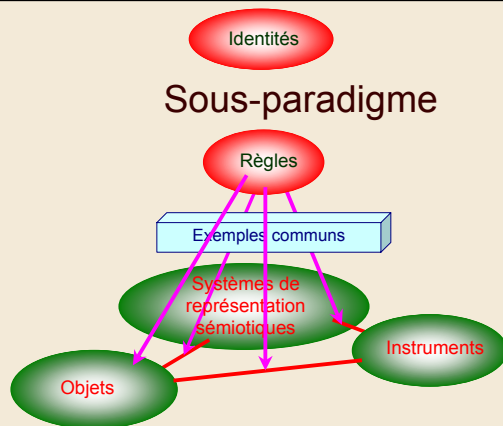
- Jean-Philippe Drouhard  
IUFM et IREM de Nice

- Mabel Panizza  
UBA (Buenos Aires)

## Points de départ

- le langage de l'algèbre
  - Chomsky (syntaxe)
  - Frege (sémantique)
- le raisonnement en algèbre
  - Peirce
- « sous-paradigmes » → « épistémographie »

## Sous-paradigme

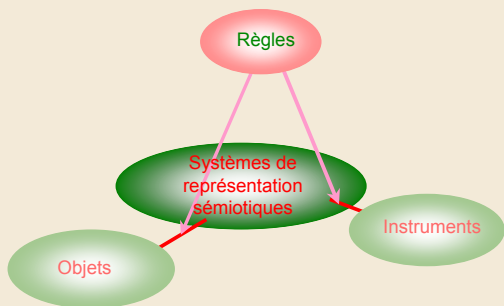


## Les systèmes de représentation sémiotiques

Pour trouver:

$$2+3=$$

Représentons  
avec des jetons:



# Les systèmes de représentation sémiotiques



Langage naturel



Écritures symboliques

Pour trouver:

$$2+3=$$

Représentons avec des jetons:



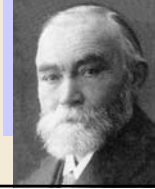
Représentations non discursives

# Trois grands courants:

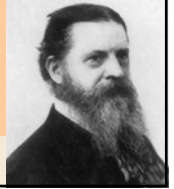
- Linguistique  
Ferdinand de Saussure  
(1859-1913)



- Logique  
F. L. Gottlob Frege  
(1848-1925)



- Sémiotique  
Charles S. Peirce  
(1839-1914)



## • Les « Passeurs »

- Juan D. Samaja (Buenos Aires)
  - Séminaire de philosophie de la sémiotique
- Umberto Eco (Bologna)
  - (Cours de sémiotique générale)
- Marty & Marty (Montpellier)
  - 99 réponses sur la sémiotique



Eco, Umberto  
Crédit: Anne Seidens

## • Les « Passeurs »

– Oswald Ducrot

- Dictionnaire Encyclopédique des sciences du langage



## • Les « Passeurs »

- Philippe de Rouilhan
  - *Frege, les paradoxes de la représentation*



# Généalogie de la linguistique

- La linguistique historique
- La grammaire comparée
- Les néogrammairiens
- *Cours de Linguistique Générale*

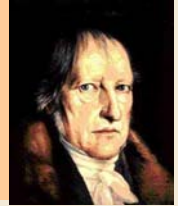


## Généalogie de la logique

- G. Boole
- G. Frege (*Begriffsschrift*; *idéographie*)

## Généalogie de la sémiotique

- Kant:
  - Catégories
- Hegel
  - dialectique
- Peirce
  - triades



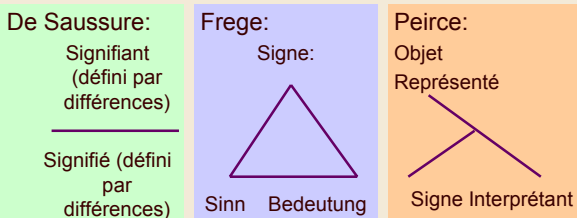
## Principes et concepts

- Philologie
  - Classification
  - Lois
  - Évolution
  - différences
- logique
  - Règles
- Philosophie
  - Essence
  - catégories

## Démarches

- La linguistique est un système de différences
- Objets, noms, désignation
  - Un signe est une chose qui, outre l'espèce ingérée par les sens, fait venir d'elle-même à la pensée quelque autre chose.

## le signe



## Exemple: « 2 »

- Linguistique:  

0  
1  
2005 syntagme  
3  
4  
5  
...  
paradigme

## Exemple: « 2 »

- Sémiotique (Peircienne):
  - « 1 »: qualité monadique:  
« **rougété** »
  - « 2 »: fait dyadique:  
Le rond ● est rouge
  - « 3 »: loi triadique:  
rond + rouge → stop

## Exemple: « 2 »

- Sémantique (Frégéenne):

Ont des  
sens  
Différents

$$\begin{array}{c} 2 \\ 1+1 \\ \text{II} \\ x > 0 \text{ tel que } x^2 = 4 \end{array}$$

Dénotent  
le même  
nombre

2

## Oral

- Pour Saussure, l'oral est premier. L'écrit n'est qu'une écriture de l'oral.
- D'où la distinction: son (objet de la phonétique) / phonème (objet de la phonologie)

## Oral et écrit

- Depuis les années 60, constitution d'une grammatologie
- En France:
  - un versant philosophique (Jacques Derrida)
  - un versant linguistique (Nina Cattach)



## écrit

- Linguistique de la langue écrite:
  - Graphes alphabétiques:  
[**"a"**], [**"a"**], [**ˈa**], [**ˈa**]...
  - Graphèmes:  
/ˈa/

## écrit

- La linguistique de la langue écrite distingue:
  - les graphèmes
  - les graphes alphabétiques (avec leurs caractéristiques typographiques)
  - les réalisations matérielles de ces derniers (encre sur papier ou pixels sur écrans)

## Ostensifs

- Chevallard et Bosch (*RDM* 19/1):
  - Objet ostensif [...] tout objet ayant une nature sensible, une certaine matérialité, et qui, de ce fait, acquiert pour le sujet humain une réalité perceptible.

## Ostensifs

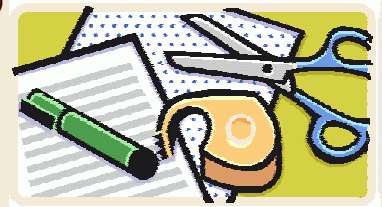
- Ainsi en est-il d'un objet matériel quelconque, et notamment, de ces objets matériels particuliers que sont les sons (parmi lesquels les mots de la langue), les graphismes (parmi lesquels les graphèmes permettant l'écriture des langues naturelles ou [...] formelles), et les gestes.

## Traitement formel

- Quand on dit que des enfants déplacent les  $x$  comme s'il s'agissait d'objets physiques, nous désignons en fait les lois qui régissent ces déplacements et non les actions ou les objets eux mêmes.

## Traitement formel

- (pour déplacer physiquement une trace matérielle, il faut des ciseaux et de la colle!)

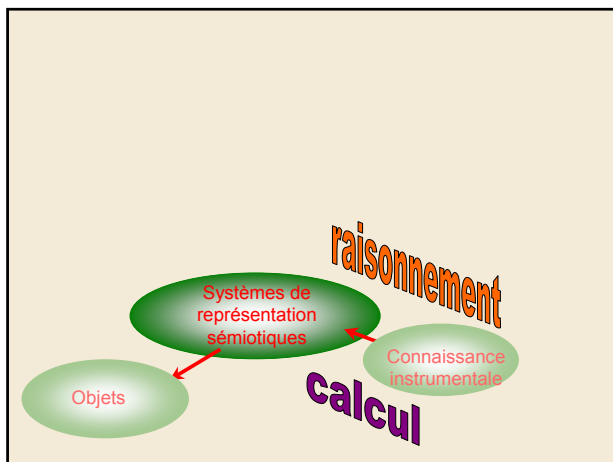


## Traitement formel

- En fait, une bonne formalisation des manipulations algébriques est la notion de transformation de mouvement:
- Zelig S. Harris (1957)
  - En France: Maurice Gross

## Traitement formel

- Noam A. Chomsky (1957, 1965)
  - Grammaire générative
  - Structure profonde et structure de surface



Enfin du binaire!

raisonnement

*Un cheval bon marché est rare.  
Or tout ce qui est rare est cher  
donc un cheval bon marché est cher.*

A black silhouette of a horse in profile, facing left, with its mane and tail flowing. It is positioned in the bottom right corner of the slide.

Sémiotique et didactique: les formes de raisonnement

- Une distinction essentielle:
  - Raisonnement-processus
  - Raisonnement-résultat

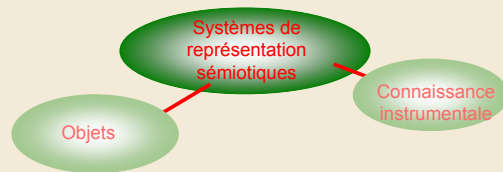
La qualité d'un raisonnement-résultat

- Un raisonnement (résultat) est **valide** si la dérivation de sa conclusion à partir des prémisses est telle que quand les prémisses sont vraies, la conclusion est vraie.

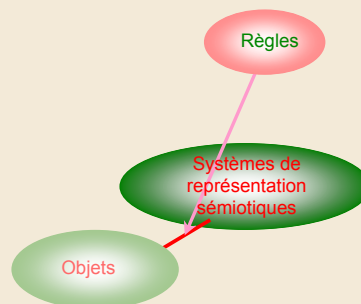
Qualités d'un raisonnement-processus

- Un raisonnement (résultat) peut être:
  - Imparable (ou indiscutable)
  - Fertile
  - Plausible
  - ...

- L'activité mathématique consiste en une série de raisonnements (-processus) et de traitements de représentations sémiotiques (« calculs », ...)



- L'activité mathématique aboutit à un discours qui présente des enchaînements de raisonnements (-résultats) valides



## Trois types fondamentaux de raisonnement

- Déduction
- Abduction
- Induction

## Déduction

- Sémiotiquement liée aux symboles
- Fonctionne sur la base du modus ponens:
 
$$\frac{-p \Rightarrow q \quad -p}{-q}$$
- Est valide

## Abduction

- Sémiotiquement liée aux indices
- C'est la « déduction » de Sherlock Holmes :
  - Devant le lieu du crime on trouve des traces de pas en farine blanche
  - Or le sol des grands moulins est couvert de farine blanche
  - Donc l'assassin vient des grands moulins.

## Abduction

- Expression formelle:
  - $p \Rightarrow q$
  - $\frac{-q}{p}$
- Est plausible, mais pas irréfutable (q peut être l'indice d'autre chose que p)

## Exemple:

Il suffit de prendre

$$\eta < \varepsilon^2 / 4$$

[valeur obtenue par abduction]

pour trouver [par calcul]

$$|f(x)| < \varepsilon$$

et donc [par déduction]  $f$  a la propriété...

## Induction

- Sémiotiquement liée aux icônes
- Il ne s'agit pas de l'induction mathématique (réurrence généralisée) :
  - p
  - $\frac{-q}{p \Rightarrow q}$  (à de nombreuses reprises)
- Est fertile

## Induction

- Liée aux connaissances locales

## Processus et résultats

- L'élève va passer son temps à abduire, induire et déduire (processus) pour aboutir à un discours (déductivement) valide.

## Exemple de souplesse

- Par exemple, «♥» est une icône de cœur humain, dont les battements sont un indice d'émotion, ce qui fait que «♥» va être un symbole d'émotion.

## Souplesse sémiotique (en mathématique)

- Un élément de tableau de variations peut être une icône d'un élément de graphe(maximum)
- Et peut être interprété comme un indice du fait que la fonction a telle ou telle propriété (non croissante)
- Et s'exprime au moyen de symboles (« + », « - » etc.)