

Corso Calcolo Differenziale ed Integrale

Studio qualitativo del grafico di funzioni in una variabile reale

Obiettivo.

Lo studio qualitativo del grafico "... è in genere un esame mirante a fornire una descrizione di massima dell'andamento di una funzione data, spesso in vista di uno studio più approfondito per la soluzione di problemi particolari. Così ad esempio se si vuole risolvere l'equazione $f(x) = 0$ sarà necessario uno studio preliminare della funzione $f(x)$, che permetta di determinare se l'equazione data ammette soluzioni, quante esse sono e dove si trovano, in modo da poter poi affrontare con maggiore sicurezza il loro calcolo approssimato. Se invece si vuole avere un'idea dell'andamento asintotico della funzione $f(x)$, cioè del suo comportamento per valori grandi di x , sarà utile spesso lo studio degli asintoti e del modo in cui la funzione data si avvicina ad essi e così via.

Uno studio generale del grafico di una funzione deve tener conto di queste diverse possibili esigenze, e dunque sarà, allo stesso tempo, più generale di quanto sarebbe necessario in vista della soluzione di ogni singolo problema particolare, e più generico, poiché esso mira a servire di punto di partenza per tutti..."¹

Schema di massima per lo studio del grafico di $f : X \rightarrow \mathbf{R}$, $X \subset \mathbf{R}$.

- 1) Determinazione del dominio di f (può essere anche dato anche a priori);
- 2) verifica della continuità, della parità o disparità, della periodicità della funzione e calcolo dell'eventuale periodo;
- 3) ricerca degli zeri di f , non è essenziale e nella maggior parte dei casi non si può fare esplicitamente (è infatti spesso un obiettivo dello studio stesso);
- 4) studio del segno di f ;
- 5) comportamento agli estremi del dominio;

¹E. Giusti "Esercizi e complementi di analisi matematica, Bollati Boringhieri, 1991

- 6) ricerca degli eventuali asintoti obliqui, e loro posizione rispetto al grafico;
- 7) determinazione degli intervalli di monotonia, ricerca di punti estremanti e loro posizione approssimativa, valutazione dei rispettivi valori;
- 8) determinazione degli intervalli di convessità, ricerca di flessi e loro posizione approssimativa.

”... Una volta eseguite queste ricerche, si può infine disegnare un grafico che metta in luce l’andamento della funzione in esame. In questo grafico verranno privilegiati gli aspetti qualitativi (massimi, minimi, punti di flesso, asintoti ecc.) rispetto alla precisione quantitativa nel rappresentare fedelmente i valori assunti dalla funzione. Da questo punto di vista, lo studio del grafico di una funzione che proponiamo è diverso e complementare di quello che si potrebbe fare calcolando con un computer un numero cospicuo di valori della funzione e riportandoli in un diagramma...”¹ (o utilizzando un più moderno programma grafico, tipo MATHEMATICA, MAPLE, MATLAB...).