Logica Matematica Corso A

19 febbraio 2008

compito I

1. Formalizzare la frase "$2x + 3 = 7$ ha una e una sola soluzione" utilizzando $2x + 3 = 7$ come formula atomica.

2. Formalizzare la frase "Chi aiuta tutti è amato da tutti" utilizzando due simboli di relazione binaria per "x aiuta y" e per "x ama y".

3. Verificare se la seguente parola è una proposizione, e se sì rappresentare il suo albero sintattico, se no spiegare dove e perché fallisce la procedura di verifica:

$$((\neg((p) \wedge (q))) \vee ((\neg(p) \wedge (q)))).$$

4. Dimostrare che $\{\oplus, \to\}$ è un sistema adeguato di connettivi.

5. Trovare una derivazione per

$$(p \to q \wedge r) \to q \ \vdash \ \neg q \to p$$

   nel calcolo della deduzione naturale classico, usando le regole derivate convenienti, ma citandole esplicitamente.

6. Trovare una forma normale disgiuntiva delle due proposizioni $(p \to q \wedge r) \to$ e $\neg q \to p$ dell'esercizio precedente e individuare la loro relazione semantica dalla considerazione dei loro modelli.

7. Dimostrare sia algebricamente (a partire dagli assiomi delle algebre di Boole) sia logicamente (insiemisticamente) che

$$(A \cup (A \setminus B)) \cap B = A \cap (B \cup \sim A).$$

8. Verificare se il seguente insieme di clausole

$$S = \{p \vee q \vee \neg r,\ \neg p \vee \neg r,\ p \vee r,\ \neg p \vee r,\ p \vee s,\ \neg r \vee \neg s\}$$

è insoddisfacibile cercando una derivazione di $\Box$ da S per risoluzione.