

# Logica matematica 2003-04

## Corso A

Prova del 23-7-04

1. Dimostrare per induzione, giustificando tutti i passaggi, che da un certo numero (quale?) in poi

$$a^n < b^n$$

se  $0 < a < b$ .

2. Trovare una forma normale disgiuntiva e una congiuntiva di

$$(\neg p \oplus q) \wedge p \rightarrow q$$

e indicare quanti e quali sono i suoi modelli.

3. Decidere con i diagrammi di Venn e con gli alberi di refutazione se è valido il sillogismo “Ci sono serpenti velenosi e nessun animale velenoso è commestibile, quindi i serpenti non sono commestibili”; se sì dedurre con le regole logiche la conclusione dalle premesse, se no indicare un controesempio.
4. Determinare quale è l'insieme di verità in  $\mathbb{N}$  di

$$\exists y(x = s(y) \wedge \exists z(y = s(z))).$$

5. Trasformare in forma prenessa

$$\forall x(P(x) \rightarrow \exists yR(x, y)) \vee \forall x\neg P(x).$$

6. Formalizzare la frase “Chi non risica non rosica nulla”, tenendo presente che “risicare” è verbo intransitivo, mentre “rosicare” è transitivo.
7. Nell’isola dei Cavalieri (che dicono sempre il falso) e dei Furfanti (che dicono sempre il vero), il Viaggiatore incontra due persone  $A$  e  $B$  e chiede loro cosa sono.  $A$  risponde “Uno di noi è Furfante e l’altro Cavaliere”.  $B$  dice “Vero”. Che cosa può dedurre il Viaggiatore?
8. Dimostrare che

$$(\sim A \Delta B) \cap A \subseteq B$$

utilizzando come definizione di  $\subseteq$  che  $X \subseteq Y$  se e solo se  $X \cup Y = Y$ .