

**Statistica 2004-05**  
Prova del 19 settembre 2005

1. Per quale valore di  $a$  la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a(1-x^2)}{4} & -1 < x < 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

è una densità di probabilità?

Quale è la probabilità che la variabile aleatoria di densità  $f(x)$  sia compresa tra 0 e 0.5?

2. Due macchine contribuiscono alla produzione di una merce nella proporzione del 30% e del 70%. La prima produce un pezzo difettoso ogni 100 e la seconda uno ogni 200. Quale è la probabilità che un pezzo prodotto sia difettoso? Quale quella che un pezzo difettoso esca dalla seconda macchina?
3. Il 5% delle lattine di birra Gulp hanno contenuto inferiore a quello dichiarato. Quale è la probabilità che su 5 lattine scelte a caso almeno una sia sotto peso? Quale è la media delle lattine sotto peso su partite di 500 lattine?
4. A un distributore di benzina arrivano in media 10 clienti ogni ora. Quale è la probabilità che in una data ora ne arrivino meno di 3?
5. Il contenuto delle lattine di birra Slurp sia una variabile aleatoria normale con media  $\mu = 33$  cl. e deviazione standard  $\sigma = 1$  cl. Quale è la probabilità che una lattina contenga meno di 30 cl di birra? Quale la probabilità che il contenuto sia compreso tra 31 e 35 cl?
6. La statura dei fantini italiani sia distribuita secondo una legge normale. Supponiamo che la deviazione standard sia quella della popolazione complessiva, stimata a  $\sigma = 5$  cm. Dato un campione di 100 fantini con  $\bar{x}_n = 160$  cm si vuole stimare la media con un intervallo di confidenza del 95%.

In riferimento allo stesso campione, si sottoponga a test l'ipotesi nulla  $\mu \leq 163$  cm al livello di significatività del 5%.