

## PROGRAMMA DI ALGEBRA COMMUTATIVA 2003/04

**I)** Richiami di Algebra su gruppi, anelli, campi. Unità, zero-divisori, nilpotenti. Ideali e quozienti di un anello commutativo. L'anello dei polinomi e l'anello delle serie formali; elementi algebrici e trascendenti. Ideali primi e ideali massimali; esistenza di ideali primi. Nilradicale e radicale di Jacobson di un anello; ideali primi minimali. Operazioni sugli ideali di un anello: somma, prodotto, intersezione, divisione, radicale e loro proprietà. Lo spettro di un anello con la topologia di Zariski: punti chiusi, punti generici, compattezza, connessione, irriducibilità, chiusi, aperti speciale e loro caratterizzazioni algebriche. Omomorfismi di anelli e applicazioni continue degli spettri.

**II)** Moduli su anelli commutativi, omomorfismi, quozienti, sottomoduli, operazioni. Moduli liberi; generatori di un modulo; moduli finitamente generati e lemma di Nakayama. Sequenze esatte di moduli, funtori Hom e prodotto tensoriale con cenni ai funtori derivati Ext e Tor; moduli iniettivi, proiettivi e piatti. Localizzazioni; schemi affini.

**III)** Curve algebriche piane: molteplicità di una curva in un punto e molteplicità di intersezione di due curve: definizione assiomatica mediante gli anelli locali. Anelli di valutazione discreta.

**IV)** Decomposizioni primaria di ideali, primari e primi isolati e immersi; teoremi di unicità. Generalità sugli anelli noetheriani. Esistenza della decomposizione primaria negli anelli Noetheriani. Significato geometrico della decomposizione primaria degli ideali: varietà irriducibili, strutture multiple su una varietà, decomposizione di una sottovarietà: componenti isolate e componenti immerse.

**V)** Cenni alla dipendenza integrale e agli anelli integralmente chiusi. Il lemma di normalizzazione di Noether e il teorema degli zeri di Hilbert.

**VI)** Varietà algebriche proiettive: Proj di un anello graduato.

**VII)** Teoria della dimensione per anelli e varietà affini e proiettive.

Testi Consigliati

ATIYAH – MACDONALD Introduction to Commutative Algebra

C. Peskine An algebraic introduction to complex projective geometry. 1. Commutative algebra. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 47 Cambridge University Press, Cambridge, 1996

Modalità d'esame: svolgimento scritto ed eventuale esposizione orale, durante il corso, di esercizi proposti dall'insegnante. Seminario finale di approfondimento su un argomento collegato al corso.

Periodo di svolgimento del corso: II Semestre